

Theoretisch-praktische Abhandlung über die Verfertigung und den Gebrauch

der

ALKHOLOMETER.

Von **Simon Stampfer,**

wirklichem Mitgliede der kaiserl. Akademie der Wissenschaften.

(Gelesen in der Sitzung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe am 13. März 1851.)

1. Beim Kauf und Verkauf geistiger Flüssigkeiten, welche man unter dem Namen Branntwein, Weingeist oder Spiritus versteht, wird der Werth der Waare nicht bloss durch ihr Quantum nach Eimer und Maass oder durch ihr Gewicht bestimmt, sondern es kömmt noch eine sehr wesentliche Eigenschaft in Betracht, nämlich ihre Qualität, welche man mit Gehalt oder Stärke des Weingeistes oder Branntweines bezeichnet. Die Art und Weise, die letztere Eigenschaft zu bestimmen, bildet den Gegenstand dieser Abhandlung.

Obschon es vielerlei Methoden und Hilfsmittel gibt, den geistigen Gehalt oder die Stärke von Branntwein oder Spiritus zu bestimmen, so sind sie doch sämmtlich auf den Umstand gegründet, dass diese Flüssigkeiten bei einerlei Raumes-Inhalt um so geringer im Gewichte sind, je grösser ihr geistiger Gehalt ist. Eine Wiener Maass Wasser wiegt z. B. bei 12° R., 2 Pf. 16 $\frac{3}{4}$ Loth, während eine solche Maass starken Branntweines etwa 2 Pf. 13 Loth und eine Maass höchst rectificirten Spiritus nur 2 Pf. 2 Loth schwer ist. Der ganz wasserfreie Weingeist oder Spiritus heisst Alkohol und alle Arten von Branntwein und Weingeist, welche im Handel vorkommen, sind nur als Mischungen von Wasser und Alkohol anzusehen, und nur die Menge des letzteren, welche z. B. in einem Eimer Weingeist enthalten ist, bestimmt den Preis, da das Wasser werthlos ist. Derlei Mischungen sind unter dem Namen Branntwein bekannt, wenn sie mehr Wasser als Alkohol enthalten; ist hingegen der letztere vorherrschend, so heissen sie Weingeist oder Spiritus. Das Verhältniss, in welchem in einem vorgelegten Branntwein oder Weingeist die beiden Bestandtheile gemischt sind, kann, wie schon erwähnt, durch das Gewicht bestimmt werden, keineswegs aber andere Eigenschaften, die sich auf den Geschmack oder Geruch beziehen, und es wird auch vorausgesetzt, dass die Flüssigkeit ausser Wasser und Alkohol keine anderen Stoffe in so erheblicher Menge enthalte, dass dadurch das Gewicht derselben bedeutend verändert würde. Bei den im Handel als Branntwein oder Weingeist vorkommenden Flüssigkeiten ist dieses immer der Fall.

Das Mischungsverhältniss der beiden Bestandtheile wird jedoch nicht durch wirkliches Abwägen der Flüssigkeit bestimmt; dieses würde wegen der grossen erforderlichen Genauigkeit sehr schwierig und deshalb unpraktisch sein; sondern man bedient sich hierzu des specifischen Gewichtes, unter welchem Ausdrücke wir hier das Gewicht eines Körpers unter der Voraussetzung verstehen, dass das Gewicht eines

gleichgrossen Volums reinen Wassers = 1 sei. Das specifische Gewicht, welches wir in der Folge immer mit s bezeichnen werden, gibt demnach an, wie viel Mal ein Körper schwerer ist, als ein gleich grosses Volum Wasser, und da derselbe offenbar um so schwerer ist, je mehr materielle Theile er in demselben Raume enthält, d. h. je dichter er ist, so wird für den Ausdruck specifisches Gewicht auch das Wort Dichte gebraucht, die Dichte des Wassers = 1 vorausgesetzt.

2. Da nach Verschiedenheit des Mischungsverhältnisses von Wasser und Alkohol die Dichte der Flüssigkeit sich ändert, so sieht man leicht, dass aus der bekannten Dichte sich muss finden lassen, wie viele Maass Alkohol in 100 Maass der Mischung enthalten sind. Das einfachste Werkzeug hiezu ist das Aräometer. (Senkwage, Branntweinwage, Weingeistwage, Alkoholometer.) Dasselbe besteht aus einem gläsernen oder metallenen Körper von geeigneter Gestalt, welcher in der Flüssigkeit der Art schwimmt, dass nur der dünne cylindrische Hals, mehr oder weniger, senkrecht hervorragt. Nach einem bekannten Gesetze taucht jeder schwimmende Körper so weit ein, bis die verdrängte Flüssigkeit so viel Gewicht hat, als der ganze schwimmende Körper; dieser wird also um so mehr einsinken, je geringer das specifische Gewicht der Flüssigkeit ist.

Allein, es kommt hier noch ein wesentlicher Umstand in Betracht. Der Weingeist wird nämlich durch die Wärme, wie alle Körper, ausgedehnt und dadurch seine Dichte verändert. Ein Weingeist z. B., welcher bei 20° R. unter 100 Maass 70 Maass Alkohol enthält, hat dasselbe specifische Gewicht, wie ein Weingeist bei 0° R., bei dem unter 100 Maass $79\frac{1}{2}$ Maass Alkohol sich befinden. Man würde also bei der Bestimmung des Gehaltes ohne Berücksichtigung der Temperatur sehr bedeutenden Fehlern ausgesetzt sein.

Um eine genaue Werthbestimmung zu erhalten, ist es daher nothwendig, eine bestimmte Temperatur festzusetzen, welche der zu untersuchende Weingeist oder Branntwein haben muss, wenn das wahre Mischungsverhältniss erhalten werden soll. Ist dann bei der Untersuchung die Temperatur eine andere, so werden die Regeln angegeben, aus der Beobachtung das wahre Mischungsverhältniss zu finden.

Gay Lussac hat bei seinem Alkoholometer, welches in Frankreich gesetzlich eingeführt ist, 15° C. = 12° R. als Normal-Temperatur zu Grunde gelegt; die Engländer, und nach ihnen Tralles, haben dafür 60° Fahrenheit = $12\frac{2}{3}^{\circ}$ R. angenommen. Der Unterschied ist praktisch von keiner Bedeutung, da er das Mischungsverhältniss höchstens um $\frac{1}{4}$ Procent ändert; wir setzen daher die Normaltemperatur = 12° R., weil dadurch die Reductionen auf die Normaltemperatur einfacher werden, als wenn dieser letzteren ein Bruch angehängt ist.

3. Die richtige Construction der Aräometer für Branntwein und Weingeist setzt eine genaue Kenntniss des specifischen Gewichtes der verschiedenen Mischungen aus Wasser und Alkohol voraus. Untersuchungen hierüber haben mehrere Physiker angestellt, unter denen jene des Engländers Gilpin allgemein als die vollständigsten und genauesten anerkannt sind. Die Originalbeobachtungen sind in den *Philosophical Transactions* für 1794 bekannt gemacht und auch in dem Handwörterbuch für Chemie von Liebig, Poggendorff und Wöhler in dem Artikel „Alkoholometrie“ aufgeführt. Da jedoch Gilpin die Mischung nach Gewichtsprocenten angibt, auch der von ihm angewendete Alkohol nicht ganz wasserfrei war, so hat Tralles die Gilpin'schen Resultate ergänzt, indem er dieselben auf Volumsprocente reducirte und das specifische Gewicht des möglichst wasserfreien Alkohols = 0,7939 bei 60° F. festsetzte. Die Tafel, welche Tralles hierüber gibt, gilt für die Normaltemperatur 60° F. = $12\frac{2}{3}^{\circ}$ R., und setzt das specifische Gewicht des Wassers bei seiner grössten Dichte = 1. Allein es ist nicht nur zweckmässiger, die Normaltemperatur = 12° zu setzen, sondern auch das specifische Gewicht des Wassers gleichfalls bei 12° R. = 1 anzunehmen, weil beide Umstände die Reduction auf die Normaltemperatur vereinfachen, wie wir später sehen werden. Ich habe desshalb in dieser doppelten Hinsicht die Tralles'schen Tafeln reducirt, und so unsere Tabelle I abgeleitet, welche die specifischen Gewichte der verschiedenen Mischungen aus Alkohol und Wasser für die Normaltemperatur 12° R. = 15° Celsius gibt, das specifische Gewicht des Wassers bei derselben Temperatur = 1 gesetzt. Die Columnen der Tafel werden durch ihre Aufschriften deutlich sein. Die erste gibt das specifische Gewicht s der Mischung, die zweite ihren Alkoholgehalt in Volums-

Procenten = v , d. h. sie gibt an, wie viele Maass Alkohol in 100 Maass der Mischung von gegebenem specifischem Gewichte = s enthalten sind. Ganz auf ähnliche Art gibt die vierte Columne den Gehalt in Gewichts-Procenten = g , oder die Pfunde Alkohol, welche in 100 Pfund der Mischung sich befinden.

Aus der dritten Columne ersieht man, wie viele Maass Wasser = w in 100 Maass der Mischung enthalten sind. Man wird sogleich bemerken, dass die Summe $v + w$ grösser als 100 Maass ist; der Grund liegt darin, weil bei der Mischung von Wasser und Alkohol eine Zusammenziehung entsteht, wornach das Volum der Mischung kleiner wird, als die Volumen der Bestandtheile zusammengenommen. Begreiflich kann man für Maass beliebige andere Volums-Theile, als Cubikzoll, Cubikfuss, Eimer u. dgl., und ebenso anstatt Pfunde irgend andere Gewichtstheile setzen.

Die letzte Columne gibt das absolute Gewicht einer Wiener Maass Weingeist in Wiener Pfund. Dabei habe ich nach meinen Untersuchungen das Gewicht einer Wiener Maass reinen Wassers bei 12° R. und bei dem mittleren Luftdrucke in Wien mit 2,5220 Wiener Pfunden zu Grunde gelegt, da die praktische Anwendung immer nur bei Abwägungen in der Luft mit Gewichten aus Messing oder Gusseisen Statt findet. Im luftleeren Raume wäre dieses Gewicht = 2,52466 Pf. Der Gebrauch dieser Columne ergibt sich von selbst. Ist ein Quantum Weingeist in Eimer und Maass gegeben, und ist auch das specifische Gewicht oder der Gehalt v bekannt, so ergibt sich das absolute Gewicht desselben, sowie man aus diesem und dem Inhalte die Anzahl Maasse findet. Aus dem Gewichte einer gegebenen Anzahl Maasse lässt sich auch der Procentgehalt v finden, jedoch nur dann mit einiger Genauigkeit, wenn das Gewicht sehr scharf bestimmt ist.

Z. B. Das Gewicht eines Eimers (40 Maass) Weingeist sei = 91 Wiener Pfund gefunden, so wiegt eine Maass = $\frac{91}{40} = 2,275$ Pf. und aus der Tabelle folgt der Volumegehalt $v = 65\frac{1}{4}$ Procent.

Sämmtliche Angaben der ersten Tabelle sind nur richtig, wenn die Flüssigkeit die Normaltemperatur = 12° R. hat.

Ich bemerke noch, dass die zuverlässigsten Angaben für das specifische Gewicht des wasserfreien Alkohols etwas von einander abweichen. Bei 12° R. und die Dichte des Wassers bei dieser Temperatur = 1 gesetzt, ist dasselbe nach Tralles = 0,7951; nach Dumas und Boullay = 0,7947; nach Munke = 0,7944. Ich habe den Tralles'schen Werth beibehalten, da die Unterschiede praktisch unerheblich sind.

4. Ist V das Volum eines Körpers, s sein specifisches Gewicht, so drückt das Product Vs sein absolutes Gewicht aus, wenn das Gewicht der Volumseinheit Wasser = 1 gesetzt wird.

	Volum.	Spec. Gewicht.
Sei nun für Alkohol	v	s''
„ Wasser	w	s'
„ die Mischung	V	s

Das Gewicht der Bestandtheile muss dem Gewichte der Mischung gleich sein, mithin

$$Vs = v s'' + w s'.$$

Nach Tabelle I ist $s' = 1$, $s'' = 0,7951$; folglich, wenn man $V = 100$ setzt,

$$100 s = w + 0,7951 v$$

und $w = 100 s - 0,7951 v \dots 1.)$

Nach dieser Formel ist die Columne w der ersten Tabelle berechnet; z. B. $v = 40$, $s = 0,9522$, gibt

$$w = 95,22 - 0,7951 \times 40 = 95,22 - 31,804$$

oder $w = 63,42$

wie in der Tabelle. Die dritte Decimalstelle ist durchgehends weggelassen.

Ist das Gewicht der Mischung = G , das des beigemischten Alkohols = g , so ist nach Obigem

$$\left. \begin{array}{l} G = Vs \\ g = vs'' \end{array} \right\} \text{mithin } \frac{g}{G} = \frac{vs''}{Vs}$$

Setzt man G und $V = 100$, wornach dann g Gewichtsprocente, v Volumsprocente bezeichnen, und für s'' seinen Werth = 0,7951, so wird

$$g = 0,7951 \frac{v}{s} \dots \dots 2.)$$

nach welcher Formel man aus den Gewichtsprocenten die Volumsprocente und umgekehrt finden kann. Die Columne g der Tabelle I ist darnach berechnet.

Von der Einrichtung und Verfertigung des Aräometers oder Alkoholometers.

5. Das Werkzeug besteht gewöhnlich aus Glas und ist der Gestalt nach sehr verschieden. In Fig. 1, 2, 3 sind die bessern gebräuchlichen Formen dargestellt. Der unterhalb o befindliche Theil taucht ganz in die Flüssigkeit ein, der Obertheil hingegen, welcher eine cylindrische Röhre bildet, nur mehr oder weniger, je nach dem specifischen Gewichte der Flüssigkeit. Die Anordnung wird so getroffen, dass das Instrument in der schwersten Flüssigkeit, die gemessen werden soll, bis o , in den leichtesten aber bis a' einsinkt. Für die vollständigen Alkoholometer sind diese Grenzen reines Wasser und wasserfreier Alkohol. Da das Instrument in senkrechter Stellung schwimmen und diese Lage leicht und sicher einnehmen soll, so ist die Form des Untertheiles nicht gleichgültig. Je tiefer der Schwerpunkt des ganzen Instrumentes und je höher die Mitte des eingetauchten Volums zu liegen kommt, desto sicherer ist die Stellung, oder desto grösser die Stabilität. Man macht desshalb den Körper nur ganz leicht im Glase und beschwert ihn am untern Ende bei b und e mit Bleischrott oder Quecksilber. Wie man sieht, haben dem ausgesprochenen Grundsatz gemäss die Formen nach Fig. 1 und 3 eine grössere Stabilität, als jene in Fig. 2. In Fig. 3 ist an die weitere Röhre cd ein Thermometer angeschmolzen, dessen Kugel die nöthige unterste Belastung bildet; die Thermometerröhre mit ihrer Scale befindet sich im Innern der Röhre cd . Diese Anordnung des Alkoholometers ist unstreitig die vorzüglichste, da, wie wir wissen, bei der richtigen Erhebung des Gehaltes, die Kenntniss der Temperatur der Flüssigkeit nöthig ist, daher wir in der Folge diese Form vorzugsweise im Auge behalten werden. In Bezug auf die Stabilität (Sicherheit der senkrechten Stellung) noch Folgendes: Eine kürzere und dickere Röhre cd , und ein verhältnissmässig längerer Hals de vergrössert die Stabilität; sie wird auch grösser durch eine grössere Thermometerkugel, sowie auch, je dünner unter übrigens gleichen Umständen die Glaswände des Instrumentes sind. Zur Beurtheilung der Stabilität dient folgender Versuch: Man lasse das Instrument auf Wasser schwimmen, gebe ihm am obern Ende einen kleinen Seitenschoss und beobachte die Schwingungen; je langsamer und träger diese sind, desto geringer ist die Stabilität.

6. Das Aräometer sinke nun im Wasser bis o , in absolutem Alkohol bis a' , in einer Mischung aus beiden, oder in Weingeist bis a ein. Die Länge der Röhre von o bis a' sei h' , dieselbe von o bis $a = h$ und das specifische Gewicht des Weingeistes = s , so ist

$$h = 3,880 h' \left(\frac{1-s}{s} \right)$$

und wenn man den Fundamental-Abstand $h' = 2000$ setzt,

$$h = 7760 \left(\frac{1-s}{s} \right) \dots \dots 3.) \quad ^1)$$

Nach dieser Formel erhält man für jeden beliebigen Werth s die Länge h von o bis a , wohin das Aräometer in einer Flüssigkeit vom specifischen Gewichte s einsinkt, in solchen Theilen ausgedrückt, wovon

¹⁾ Die Ableitung dieser Formel siehe im Anhang.

der Fundamental-Abstand oa' , 2000 enthält. Die Zahlen h aus der Formel 3) wollen wir mit dem Worte *Partes* (Theile) bezeichnen. Die aufeinanderfolgenden Werthe s geben nach und nach die ganze Scale, und wenn man diese mit den entsprechenden Zahlen des specifischen Gewichtes nummerirt, so wird ein solches Aräometer das specifische Gewicht der verschiedenen Weingeistsorten, überhaupt solcher Flüssigkeiten angeben, welche leichter als Wasser sind.

Allein für den praktischen Gebrauch ist es weit bequemer und auch allgemein üblich, die Scale nach den Volumsprocenten v zu nummeriren, welche nach Tabelle I den specifischen Gewichten s zugehören. Man setzt nämlich jedesmal jenen Werth s in die Formel 3), welcher einem bestimmten Werth v der Tabelle I entspricht, um die *Partes* zu erhalten, welche von 0 aufwärts getragen werden müssen; z. B. für

$$v = 69 \text{ ist } s = 0,8930, \quad 1 - s = 0,1070 \quad \text{und} \quad h = 7760 \cdot \frac{0,1070}{0,8930} = 930.$$

Auf diese Art ist die Tabelle II berechnet, welche für die verschiedenen Werthe v die *Partes* vom 0-Punkte aufwärts gibt. Die nebenstehende Columnne enthält die Differenzen oder die Grösse der aufeinander folgenden Intervalle der Scale. Um die Brüche zu vermeiden, wurde der Fundamental-Abstand $oa' = 2000$ angenommen, obschon es bequemer sein würde, denselben = 1000 zu setzen; allein dann würden, wo es auf die grösste Genauigkeit ankommt, die weggelassenen Brüche nicht ganz unmerklich sein. Ist an einem Instrumente der Fundamental-Abstand = l nach einem beliebigen Maass-Stabe gegeben, so hat man die *Partes* der Tabelle mit l zu multipliciren und das Product mit 2000 zu dividiren, um h nach demselben Maass-Stabe zu erhalten. Z. B. es sei $l = 2,28$ und der Punkt für $v = 55$ zu bestimmen. Aus der Tabelle II findet man die *Partes* = 632, und $\frac{632 \times 6,28}{2000} = 1,984$ ist als Länge vom 0-Punkte aufzutragen.

Wie der Anblick der Tabelle II lehrt, sind die Scalentheile sehr ungleich; in der Gegend von $v = 20$, wo sie am kleinsten sind, beträgt ihre Grösse nur 8, am obern Ende hingegen 50 bis 60 *Partes*, so dass sie hier 7mal grösser sind. Für einen Fundamental-Abstand $l = 60$ Linien sind demnach die kleinsten Theile der Scale nur $\frac{8,60}{2000} = 0,24$ oder $\frac{1}{4}$ Linie gross, und es ist daher nicht möglich, den Procentgehalt in dieser Gegend mit einiger Sicherheit zu erhalten. Man wird in diesem Falle selbst bei einem fehlerfreien Instrumente den Gehalt kaum auf 1 Procent verbürgen können, und kann noch grössere Fehler begehen, wenn nicht besondere Sorgfalt angewendet wird. Der Grund dieses Uebelstandes liegt darin, dass das specifische Gewicht der Mischung durch Zugabe von Alkohol sich wenig ändert, so lange das Wasser bedeutend vorherrscht. Will man bei Branntwein, besonders bei den schwächern Sorten, den Gehalt v mit grösserer Sicherheit finden, so muss man die ganze Scale auf zwei Aräometer vertheilen, indem das eine von $v = 0$ bis $v = 50$ oder 60, und das andere von 50 bis 100 reicht, wobei dann selbst die kleinsten Intervalle nahe $\frac{3}{4}$ bis 1 Linie gross werden, wenn jede Scale 5 bis 6 Zoll lang genommen wird.

7. Das Einsenken des Instrumentes in die Flüssigkeit erfordert besondere Vorsicht, wenn öftere Wiederholungen des Versuches zu derselben oder zu verschiedener Zeit gehörig übereinstimmen sollen. Die Flüssigkeit schliesst sich nämlich nicht vollkommen an das Glas an, sondern es bleibt immer, wenn auch unsichtbar, etwas Luft an der Oberfläche des eintauchenden Theiles hängen, und zwar mehr oder weniger nach Beschaffenheit der Oberfläche. Wird das Instrument vorher abgewischt, so hat die Art des Abwischens und die Beschaffenheit des Abwischetuches Einfluss; ebenso ein langsames oder rasches Einsenken; vorzüglich muss man sich hüten, vor dem Einsenken den Untertheil mit blosser Hand anzufassen.

Die Benetzungsgrenze liegt nicht genau in der Oberfläche der Flüssigkeit, sondern steigt an der Röhre bis ab in die Höhe, wie Fig. 4 in natürlicher Grösse zeigt; diese Erhöhung über die Ebene de beträgt $\frac{3}{4}$ bis 1 Linie; sie ist bei Weingeist etwas geringer, als bei Wasser, hingegen grösser, wenn die Röhre oberhalb ab nass, als wenn sie scharf bis auf die Grenze trocken ist, und dieser Unterschied kann gegen $\frac{1}{2}$ Linie betragen. Die Einsenkung so zu treffen, dass die Röhre bis ab trocken bleibt, erfordert, dass das Instrument genau bis auf die wahre Stellung mit der Hand geführt werde; in einer höhern oder tiefern Lage frei gelassen, macht es Schwingungen in verticaler Richtung; wie schwierig und unpraktisch

demnach der Versuch unter dieser Bedingung sei, liegt auf der Hand, da die wahre Stellung ja erst gesucht wird. Man muss daher die richtige Lage unter der Voraussetzung annehmen, die Röhre sei oberhalb ab noch etwas benetzt; gar zu viel darf dieses freilich nicht betragen, weil sonst die anhängende Flüssigkeit das Gewicht des Instrumentes vergrössert und dieses zu tief einsinkt.

Das gewöhnliche Publikum nimmt die Angabe des Instrumentes wohl immer bei $a b$, oder an der Stelle, bis wohin die Flüssigkeit an der Röhre reicht; die Grenze ist jedoch schwer zu erkennen, wenn sie sich auf der Röhre projecirt; man muss sie deshalb am Rande bei a oder b nehmen, wo sie so scharf zu sehen ist, dass man bei einiger Aufmerksamkeit um $\frac{1}{4}$ Linie nicht fehlen kann. Allein — wird angewendet — dieses ist unrichtig; denn die wahre Grenze muss in der Ebene de der Flüssigkeit liegen, welche zwar nicht von oben sichtbar ist, hingegen deutlich erkannt werden kann, wenn man unter der Ebene de durch die Flüssigkeit hindurch sieht. Dazu muss aber die Wand $AB, A'B'$ des Gefässes gehörig durchsichtig und in verticaler Richtung gerade sein, wenn nicht ein undeutliches oder verzerrtes Bild entstehen soll; auch muss das Auge wenigstens ganz nahe in der Ebene de sich befinden; in einer tiefern Lage, z. B. von f aus geht die Visur an der Scale zu hoch, welcher Fehler leicht $\frac{1}{2}$ Linie und darüber betragen kann. Diese Unsicherheit ist grösser, wenn das Aräometer der Wand des Gefässes nahe ist, weil dann kein Theil der Grenzlinie bc (Fig. 4) mehr gerade ist, um dem Auge als Richtung zu dienen. Nach besonders hierüber angestellten Versuchen tritt dieser Umstand ein, wenn die Entfernung bc $\frac{3}{5}$ Zoll nicht übersteigt. Es ist nothwendig, dass man sich für eine oder die andere Ablesungsart entscheide. Ich halte nach meinen Erfahrungen die Ablesung an der Grenze ab für sicherer und praktisch anwendbarer. Der Umstand, dass diese Stelle gegen die wahre Grenze zu hoch ist, hat keinen merklichen Einfluss auf die Richtigkeit des Instrumentes, wenn bei der Bestimmung der Normalpunkte von Seite des Künstlers, bei der ämtlichen Prüfung und beim praktischen Gebrauche immer auf gleiche Art abgelesen wird. Streng genommen ist auch die untere Grenze de noch zu hoch, weil die rings um die Röhre ansteigende Flüssigkeit vom Instrumente getragen wird, mithin dieses tiefer einsinken muss, als wenn ein solches Ansteigen nicht statt fände.

In Bezug auf die Behandlung des Instrumentes, damit es auf die wahre Stelle einsinke, sagt Herr Prof. Brücke¹⁾: Einer der wesentlichsten Uebelstände bei aräometrischen Prüfungen bestehe darin, dass ein und dasselbe Instrument in ein und derselben Flüssigkeit zu verschiedenen Zeiten verschiedene Angaben mache, auch wenn man dasselbe sorgfältig gereinigt und nicht mit den Händen betastet habe. Er habe diese Fehlerquelle dadurch beseitigt, dass er das Instrument vor jedem Versuche erst mit Schwefelsäure, und darauf mit absolutem Alkohol abwusch, letzteren aber nicht abtrocknete, sondern verdunsten liess. Mit dieser Vorsicht gebraucht, sei das Aräometer, wenn es übrigens zweckmässig construirt ist, zu den feinsten Untersuchungen geeignet.

Dieses Mittel, so schätzenswerth es für feinere wissenschaftliche Versuche auch sein mag, ist wohl für die gewöhnliche praktische Anwendung des Alkoholometers zu umständlich und mühsam; auch ist die Behandlung mit Schwefelsäure nicht Jedermanns Sache. Durch folgendes Verfahren habe ich eine Uebereinstimmung der Versuche erzielt, mit der man zufrieden sein kann. Das Instrument wird nicht unmittelbar, nachdem man es auf bekannte Weise sorgfältig gereinigt und abgetrocknet oder abgewischt hat, in die zu untersuchende Flüssigkeit eingesenkt, sondern vorher noch in Alkohol oder wenigstens in sehr starken Weingeist getaucht, welchen man, ohne abzutrocknen, in der Luft verdunsten lässt, oder auch, nach Steinheil, mit feinem möglichst reinem Fliesspapier gut abreiben kann. Eine Reihe von Einsenkungen mit verschiedenen Instrumenten auf diese Art vorgenommen, zeigte eine solche Uebereinstimmung, dass die grössten Abweichungen $\frac{1}{4}$ Linie nicht überstiegen, meistens aber gar keine solche zu erkennen war. Die Röhre war dabei jedesmal etwa $\frac{1}{2}$ bis 1 Linie über den Grenzpunkt hinauf benetzt, ein etwas schnelleres

¹⁾ Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften, December 1849, mathematisch-naturwissenschaftliche Classe.

oder langsames Einsenken brachte keinen erheblichen Unterschied hervor. Bei starker Verunreinigung kann man auch das Instrument zuerst mit Seife und Wasser und dann auf obige Art mit Weingeist behandeln.

Die Differenzen zwischen den Versuchen haben ihren Grund meistens in dem verschiedenen Grade der Empfänglichkeit der Oberfläche für die Benetzung, welchen sie je nach der Art der Reinigung erhält. Da nun die Empfänglichkeit, wohl geringer, nicht aber grösser sein wird, als jene, welche dem Instrumente durch die möglichst beste Reinigung ertheilt wird, so folgt, dass bei verschiedenen Angaben des Instrumentes, in soferne diese Verschiedenheit von der Art der Reinigung abhängt, jene der Wahrheit näher kommen, bei welchen das Instrument tiefer einsinkt, d. h. die höhere Angabe ist die richtigere. Ist die Temperatur des Instrumentes von jener der Flüssigkeit bedeutend verschieden, so muss es im ersten Augenblicke einen unrichtigen Stand angeben, indessen gleicht sich der Unterschied ziemlich schnell aus.

Eintheilung oder Graduirung der Scalen.

8. Um die Scale wenigstens näherungsweise von einer gewünschten Länge zu erhalten, muss man das Verhältniss zwischen dem Volum der Röhre und des Untertheiles des Instrumentes kennen. Sei k' das Volum, welches im Wasser einsinkt, f jenes der Röhre von 0 bis 100, die specifischen Gewichte = s' und s'' , so ist nach früherem

$$k' s' = (k' + f) s'' \quad \text{und} \quad f = k' \left(\frac{s' - s''}{s''} \right),$$

und da

$$s' = 1; \quad s'' = 0,7951 \dots \quad f = 0,2577 k',$$

oder das Volum der Röhre von 0 bis 100 ist etwas grösser, als $\frac{1}{4}$ jenes Volums, welches im Wasser einsinkt. Ist (Fig. 3) der Durchmesser der untern dicken Röhre = D , ihre Länge = H , wobei man diese etwas grösser nimmt, um auch den Hals de sammt der Kugel nach dem Augenmaasse in Rechnung zu bringen, der Durchmesser der obern Röhre = d , der Fundamental-Abstand = l , so ist

$$d^2 l = 0,2577 D^2 H \quad \text{oder nahe} \quad d^2 l = \frac{1}{4} D^2 H,$$

woraus

$$l = \frac{1}{4} \frac{D^2 H}{d^2} \quad \text{oder} \quad d = \frac{1}{2} D \sqrt{\frac{H}{l}}.$$

Z. B. wenn $D = 0,8$, $H = 2,5$, $l = 6''$, folgt $d = 0,256$; oder, wenn $d = 0,28$, D und H wie oben, so wird $l = 5,1$.

Auf diese Art wird man eine verlangte Länge für die Scale näherungsweise erhalten. Der praktische Künstler kann sich noch auf andere Weise helfen, indem er das untere Volum an der Blasflamme entsprechend ändert.

Die ganze Länge des Instrumentes nach Fig. 3 beträgt gewöhnlich 12 bis 14 Zoll. Da es nun vor allem wünschenswerth ist, die Theile der Scale möglichst gross zu machen, so soll die Röhre cd nicht über 3, höchstens $3\frac{1}{2}$ Zoll lang werden. Hat dann der untere Hals sammt der Kugel etwa 2 Zoll, so bleiben für die Scalenröhre noch bei 8 Zoll und der Fundamental-Abstand l kann wenigstens 6 Zoll erhalten. Das Thermometer soll sich von etwa -10° bis $+35^\circ$ oder 40° R. erstrecken und diese 50 Grade sollen etwa 2 Zoll lang werden; indessen können die Grade ohne Nachtheil noch etwas kleiner sein, so dass die Thermometerscale in der Röhre cd immer leicht Raum findet. Diese sowohl als die obere Scale oa sind gewöhnlich von Papier.

9. Ist das Instrument bis auf die Scale fertig und so adjustirt, dass der 0-Punkt zweckmässig zu liegen kommt, so schreitet man zur scharfen Bestimmung des Fundamental-Abstandes l . In die oben noch offene Röhre wird eine in gleiche Theile getheilte Hilfscale eingeschoben. Die Grösse dieser Theile ist willkürlich; zweckmässig kann man 20 bis 30 derselben auf den Zoll nehmen. Nun wird der 0-Punkt

durch Einsenken in Wasser von 12° R. sorgfältig auf der Scale bestimmt. Das Wasser sollte eigentlich destillirt sein; indessen kann auch reines Flusswasser ohne merklichen Fehler verwendet werden. Ebenso wäre der obere Endpunkt durch Eintauchen in absoluten Alkohol von 12° R. zu suchen, allein da dieser sehr schwer herstellbar ist, so verwendet man hiezu einen sehr starken Weingeist, der bis zu 90 Procent Gehalt ohne Schwierigkeit zu haben ist, nur muss sein Gehalt v oder sein specifisches Gewicht s genau bekannt sein. Der Punkt für 100 wird dann durch Rechnung gefunden, indem die Theile der Hilfsscale sich wie die Partes in Tab. II verhalten. Z. B. vom Einsenkungspunkte in Wasser bis zu jenem in einem Weingeiste, dessen Gehalt $v = 87\frac{1}{2}$ Procent, habe man gefunden 105,5 Theile der Hilfsscale. Aus Tabelle II die Partes = 1452 für $v = 87\frac{1}{2}$, mithin

$$1452 : 2000 = 105,5 : l$$

und

$$l = 145,3 \text{ Theile der Hilfsscale.}$$

Es gibt noch einen andern Weg zur Bestimmung von l , indem man das Instrument durch Einfüllen von feinem Schrott so beschwert, dass es in Wasser bis 100 einsinkt. Sei p das Gewicht des Instrumentes, q die Vermehrung dieses Gewichtes, wenn es im Wasser eben so weit einsinken soll, wie in einer Flüssigkeit vom specifischen Gewichte s ohne Beschwerung, so ist, da das specifische Gewicht des Wassers gleich 1,

$$p : (p + q) = s : 1$$

woraus

$$q = p \left(\frac{1-s}{s} \right),$$

oder, da nach Formel (3) $\frac{1-s}{s} = \frac{h}{7760}$, wenn h die Partes aus Tabelle II, so ist auch

$$q = p \cdot \frac{h}{7760} \dots \dots \dots 4)$$

Für absoluten Alkohol ist $h = 2000$ und

$$q = 0,2577p$$

oder

$$q = \frac{1}{4}p + \frac{1}{130}p.$$

Ist z. B. das Gewicht des Instrumentes $p = 406\frac{1}{2}$ Gran, so findet man $q = 104\frac{3}{4}$ Gran, welche man zulegen muss, damit es bis 100 einsinkt. Da man auf diese Art auch andere Punkte der Scale bestimmen kann, so geben wir noch folgende kleine Tafel für die Gewichtszulage q , wenn das Instrument in Wasser von 12° R. bis zum Punkte v einsinken soll; das Gewicht p des ganzen Instrumentes ist dabei = 1000 gesetzt.

v	q	v	q	v	q	v	q
5	7,5	30	36,4	55	82,5	80	157,0
10	13,5	35	42,8	60	94,2	85	178,7
15	19,5	40	50,3	65	109,4	90	198,5
20	24,5	45	60,2	70	123,0	95	227,1
25	30,2	50	69,7	75	141,0	100	257,7

Sollte z. B. das Instrument, dessen Gewicht $p = 456$ Gran, bis $v = 40$ im Wasser einsinken, so ist

$$1000 : 50,3 = 456 : q$$

und $q = 22,94$ Gran, welche man zulegen muss.

Man kann auch die Belastung q von Aussen am untern Ende des Instrumentes anbringen, allein dann muss sie wegen des Gewichtsverlustes im Wasser vergrössert werden. Ist diese Belastung von geschlagenem Messing, so ist sie von Aussen $= q + \frac{4}{30}q$, wenn q die obige Bedeutung hat. Für vorstehendes Beispiel, wo $q = 22,94$ Gran gefunden wurde, ist $\frac{4}{30}q = 3,06$, und die Belastung von Aussen $= 26,00$ Gr., wenn sie aus geschlagenem Messing besteht.

Bei allen diesen Untersuchungen zur Bestimmung der zwei Normalpunkte der Scale wird vorausgesetzt, dass die Flüssigkeiten die Normaltemperatur von 12° R. haben; indessen ist dieses beim Wasser in einer besonderen Schärfe nicht nöthig, da bei diesem eine Abweichung von 1° nur einen Fehler von $\frac{1}{10}$ Procent in der Scale veranlasst.

Wäre die Temperatur des Wassers bedeutend von 12° verschieden, so suche man zuerst q wie oben, nehme hierauf aus der Tabelle III die Zahl $= d$, welche neben der beobachteten Temperatur in der zweiten, oben mit 0 bezeichneten Spalte steht, so ist die Verbesserung

$$x = \frac{(p + q) d}{10000}$$

wobei d als eine ganze Zahl anzusehen ist, und dieses x ist für Temperaturen über 12° von q abzuziehen, im Gegentheile zu addiren.

Wäre für obiges Beispiel die Temperatur des Wassers $= 19^{\circ}$ R., so ist aus Tabelle III $d = 15$,

$$x = \frac{479 \times 15}{10000} = 0,72 \text{ Gran}$$

und verbessert

$$q = 22,94 - 0,72 = 22,22 \text{ Gran.}$$

10. Da auf solche Art der Fundamental-Abstand l bei jedem Instrumente besonders gesucht und getheilt werden muss, gerade wie bei Verfertigung der Thermometer, so sieht man, dass die genaue Graduirung der Alkoholometer-Scalen mittelst der Tabelle II für den Künstler eine bedeutend mühevoll Arbeit ist. Diese wird jedoch durch ein allgemeines Scalennetz, Fig. 5, wesentlich erleichtert. ab , cd sind zwei parallele gerade Linien in einem Abstände, der etwa $= cd$ genommen werden kann, und ab dem kleinsten, cd dem grössten Werthe l gleich gemacht, den man mit dieser Vorrichtung noch theilen will. Für die vollständige Scale von 0 bis 100 kann $ab = 4$, $cd = 8$ bis 9 Zoll gesetzt werden. Beide Linien werden mittelst der Tabelle II genau eingetheilt, und die Theilpunkte durch gerade Linien miteinander verbunden. Hat man nun eine Scale zu theilen, deren Länge zwischen diese Grenzen fällt, so wird sie parallel zu ab so auf das Netz aufgelegt, dass ihre Endpunkte auf die correspondirenden Linien ac , bd fallen, in dieser Lage befestigt, und die Theilungslinien so gezogen, dass sie mit den Punkten zusammenfallen, in welchen der Rand der Scale von den durchlaufenden Netzlinien geschnitten wird. Um die Parallelstellung zu ab zu erleichtern, sind mehrere Parallellinien im Netze gezogen; auch versteht sich von selbst, dass die Theilstriche der Scale senkrecht zu ihrem Rande zu ziehen sind. Wegen der Kleinheit des Maass-Stabes sind in Fig. 5 die Linien nur von 5 zu 5 gezogen. Es ist übrigens nicht nothwendig, dass gerade die Endpunkte der Scale gegeben sind; es können diese auch zwei andere Punkte sein. Wäre z. B. der Abstand der Punkte für $v = 10$ und $v = 92$ gegeben, so wird die Scale so gelegt, dass der erstere Punkt auf die Linie 10, der letztere auf die Linie 92 zu liegen kommt, und die Scale vollständig ausgezeichnet.

Es sind noch verschiedene andere Theilungsapparate zu diesem Zwecke ausgedacht worden; einer der einfachsten und zweckmässigsten ist folgender. Ein Lineal AB , Fig. 6, enthält eine genaue Theilung der Alkoholometer-Scale, etwa für $l = 10$ Zoll; längs diesem kann der Winkelhacken bad mittelst des Index i von Theil zu Theil verschoben werden; auch lässt sich der Winkel bad durch den Bogen e in jeder Grösse feststellen. Die zu theilende Scale mm' macht mit der Kante ab einen rechten Winkel.

Ist der Winkelhaken so gestellt, dass die Kante ab auf mm' den gegebenen Fundamental-Abstand l abschneidet, während der Index i von 0 bis 100 der Scale AB geht, so sieht man von selbst, wie die Theilung auszuführen ist. Ist die Theilung AB durch konische Löcher aufgetragen, in welche eine Stahlspitze, wie bei den Uhrmacher-Schneidzeugen, eingreift, so ist die Arbeit noch schneller und sicherer. Um die richtige Stellung des Winkelhakens leichter zu finden, kann man auf dem Bogen e eine Gradtheilung anbringen; ist dann der gegebene Fundamentalabstand $= l$, derselbe auf der Theilung des Lineals $AB = L$, so ist für den Winkel m des Winkelhakens: $\text{Sin. } m = \frac{l}{L}$. Noch bequemer ist es, auf dem Bogen e nicht die Winkel, sondern ihre Sinus aufzutragen; man hat dann bloss auf den Theilstrich einzustellen, dessen Zahl durch $\frac{100 l}{L}$ gegeben ist, wenn nämlich der Sinus für $90^\circ = 100$ gesetzt wird.

Ist die definitive Scale in die Röhre eingesetzt und befestigt, überhaupt das Instrument vollendet, so soll der 0-Punkt an die frühere Stelle der Röhre treffen, was begreiflich nur dann der Fall sein kann, wenn das Gewicht p des Instrumentes unverändert geblieben ist. Hat sich dieses aber verändert, so ist es unrichtig, wenn man glaubt, man brauche die Scale bloss so zu stellen, dass sie im Wasser 0 zeigt, weil mit dem Gewichte des Instrumentes sich auch der Fundamentalabstand l ändert. Fällt der jetzige 0-Punkt um x höher, als früher bei der Bestimmung von l , so steht der Punkt 100 um $\frac{1}{4}x$ zu tief und umgekehrt.

11. In Oesterreich ist die 100theilige Scale bisher viel weniger im Gebrauche, als die 40theilige, welche angibt, wie viele Maass Alkohol in einem Eimer (zu 40 Maass) der Mischung enthalten sind. Diese Scalentheile werden dann auch Grade genannt; dem gemäss ist z. B. ein 30gradiger Spiritus ein solcher, bei welchem in einem Eimer 30 Maass Alkohol enthalten sind. Die Theilung dieser letzteren Scale wird erhalten, indem man $2\frac{1}{2}$ Theile der 100theiligen Scale auf einen Theil rechnet. Der Künstler wird auf seinem Theilungs-Apparate nach Fig. 5 oder 6 anstatt der 100theiligen Scale die 40theilige zu Grunde legen und dann Scalen der letzteren Art ganz auf frühere Weise theilen.

12. Der blosse Anblick der Scale überzeugt uns, dass mit einem solchen vollständigen Alkoholometer der Gehalt der geringeren Branntweinsorten nur sehr unsicher bestimmbar ist, weil die Scalentheile gar zu klein sind. Um hier eine grössere Genauigkeit zu erhalten, muss man, wie schon im §. 6 gezeigt wurde, die ganze Scale auf zwei Instrumente vertheilen. Man ordnet nun das erste Instrument so an, dass es im Wasser bis 0 (Fig. 3), in einem 50 bis 60procentigen Weingeiste aber nahe bis an das obere Ende der Röhre einsinkt, und bestimmt mittelst einer Hilfsscale das genaue Maass l von 0 bis zum oberen Punkte, wie in §. 9, indem man dasselbe erst im Wasser und dann in einem Weingeiste einsenkt, für welchen der Gehalt v genau bekannt ist, oder dasselbe so beschwert, dass es bis $v = 50$ oder 60 im Wasser eintaucht. Ebenso wird man sich auf dem Instrumente Nr. 2 zwei Punkte bestimmen, den einen bei $v = 50$ herum, den andern möglichst nahe für $v = 100$.

Zum Behufe der Eintheilung werden nach Fig. 5 zwei Scalennetze mit Hilfe der Partes aus Tab. II construirt, das erste von 0 bis 60, das zweite von 50 bis 100, und bei jedem $ab = 4$, $cd = 8$ Zoll genommen, wie früher. Die Partes für $v = 60$ sind $= 731$, man hat also für die Theilung auf ab

$$731 : 4 = h : x \text{ und } x = \frac{4h}{731}$$

als Zollmaass von 0 bis zum Punkte, dessen Partes $= h$. Setzt man für h nach und nach die Werthe aus Tabelle II, so ergibt sich die Scale ab . Die Theile auf cd sind durchgehends, wie man sieht, doppelt so gross, als jene auf ab . Die Netzscale Nr. 2 fängt mit $v = 50$ an, daher die Partes von hier ab zu zählen sind. Diese sind in Tab. II in einer besondern Columne beigefügt. Die ganze Länge in Partes ist $= 1459$; man hat daher für die Scale ab

$$1459 : 4 = h : x \text{ und } x = \frac{4h}{1459} \text{ Zoll,}$$

und für h nach und nach die Zahlen der erwähnten letzten Columne zu setzen. Beim Apparate nach Fig. 6 wird man diese zwei Scalen an zwei andern Kanten des Lineals AB nach einem zweckmässigen Maass-Stabe auftragen. Die Manipulation bei der Eintheilung der Aräometer-Scalen selbst ist ganz der oben erklärten ähnlich, und desshalb eine weitere Anleitung unnöthig.

13. Die Scalenröhre muss, was wir bisher vorausgesetzt haben, ihrer ganzen Länge nach genau cylindrisch sein, oder richtiger, gleichen Querschnitt haben, widrigenfalls die Angaben des Instrumentes unrichtig werden müssen. Der Künstler muss demnach die Röhre in dieser Hinsicht prüfen und die fehlerhaften verwerfen. Da vollkommen cylindrische Röhren gewiss sehr selten sein werden, so fragt sich, welche Abweichung von der streng richtigen Form zulässig ist, ohne dass das Instrument einem erheblichen Fehler ausgesetzt ist. Wenn auch eine Glasröhre von der Cylinderform merklich, ja selbst ziemlich bedeutend abweicht, so können wir doch mit Sicherheit annehmen, dass ihr Querschnitt von einem Ende zum andern gleichförmig zu- oder abnehme, oder dass ihre Form konisch sei; es ist diese Voraussetzung schon in der Art und Weise begründet, nach welcher solche Glasröhren erzeugt werden. Ist nun der Durchmesser der Röhre an dem einen Ende um den fünfzigsten bis vierzigsten Theil grösser als an dem andern, so wird die Scale nahe um $\frac{1}{2}$ Volumprocent unrichtig, und zwar ist der Fehler von 20 bis 80 Procent ziemlich gleich gross, wenn die Punkte 0 und 100 richtig bestimmt worden sind. Die Ungleichförmigkeit der Scalentheile ist Ursache, dass der Fehler sich so weit ausdehnt. Sollte demnach der Fehler in dieser Beziehung $\frac{1}{4}$ Procent nicht übersteigen, was bei einem guten Instrumente doch verlangt werden kann, so darf der grösste Unterschied im Röhrendurchmesser $\frac{1}{100}$ dieses Durchmessers nicht übersteigen, was $\frac{3}{100}$ einer Linie beträgt, da der Durchmesser im Durchschnitt etwa = 3 Linien ist. Die Auswahl der Röhren muss also nicht nur mit grosser Sorgfalt geschehen, sondern dürfte auch schwierig sein.

Um Röhren, welche in dieser Beziehung etwas fehlerhaft sind, doch benützen zu können, wird gewöhnlich vorgeschlagen, mehrere Punkte der Scale durch Versuche zu bestimmen, und jeden Zwischenraum für sich so zu theilen, als wäre das Stück Röhre cylindrisch. Dieses Verfahren ist nicht nur ungenau, sondern so mühsam, dass der Künstler sich wohl nur im Nothfalle dazu entschliessen wird. Die folgende Methode ist genau und empfiehlt sich zugleich durch ihre einfache und leichte Anwendung.

Man bestimme nach §. 9 ausser den beiden Endpunkten der Scale noch einen dritten Punkt, der ungefähr in ihre Mitte fällt, also etwa zwischen $v = 60$ und 75. Diese drei Punkte werden auf die zu zeichnende Scale aufgetragen, diese auf das Netz Fig. 5 aufgelegt und jene Stellung gesucht, bei welcher nicht nur die beiden äussern, sondern auch der mittlere Punkt auf die zugehörige Theilungslinie fällt. Dabei wird die Scale nicht mehr zu ab parallel, sondern mehr oder weniger schief zu stehen kommen. In dieser Lage wird die Scale befestigt, und die Theilung auf bekannte Weise so ausgeführt, dass ihre Striche senkrecht gegen den Rand der Scale stehen.

Ganz auf ähnliche Weise wird man bei jenen Scalen verfahren, welche nur von 0 bis $v = 50$ oder von 50 bis 100 gehen, indem man auch hier ausser den beiden äussern noch einen mittleren Punkt genau bestimmt. Das Verfahren setzt eine konische Gestalt der Röhre voraus, was, wie schon gesagt, immer mit Sicherheit geschehen kann. Die Theilung wird durchgehends so genau der Theorie gemäss, dass selbst dann noch kein merklicher Fehler entsteht, wenn die Röhre an dem einen Ende um $\frac{1}{4}$ Durchmesser dicker ist, als an dem andern, was wohl nie vorkommt¹⁾.

Soll eine Scale verfertigt werden, welche den Alkoholgehalt in Gewichtsprocenten angibt, so lässt sich dieses mit Hilfe der Tabelle I leicht ausführen, wo neben den Volumprocenten v die entsprechenden Gewichtsprocente g angesetzt sind. Diese Werthe g laufen zwar nicht in ganzen Zahlen fort, können somit nicht unmittelbar zur Construction der Scale verwendet werden; desshalb sind in der Tabelle II die Partes für die Gewichtsprocente in einer besonderen Columne beigefügt.

¹⁾ Im Anhang ist hierüber eine nähere mathematische Nachweisung gegeben.

Reduction der bei verschiedenen Temperaturen beobachteten Angaben des Alkoholometers auf die Normaltemperatur von 12° R.

14. Da derselbe Weingeist bei verschiedenen Temperaturen ein verschiedenes specifisches Gewicht hat, so wird das Instrument auch verschieden einsinken, je nachdem die Temperatur höher oder tiefer ist, als 12° R. und somit unrichtige Angaben liefern. In einem Weingeiste, z. B. dessen specifisches Gewicht bei 12° R. = 0,8880 ist, zeigt das Aräometer $v = 71\%$. Wird diesem Weingeiste Alkohol beigemischt, bis sein specifisches Gewicht ebenfalls bei 12° R. = 0,8752, so ist nach Tab. I, $v = 76\%$ der Alkoholgehalt. Allein diese Verminderung des specifischen Gewichtes kann ohne Beimischung auch bewirkt werden, indem der Weingeist, dessen specifisches Gewicht bei 12° R. = 0,8880 ist, auf $24,6^{\circ}$ R. erwärmt wird; dadurch wird nämlich sein specifisches Gewicht ebenfalls = 0,8752; mithin wird hier das Instrument auch $v = 76$, also um 5% mehr zeigen, als sein wahrer Gehalt ist. Aus dieser Betrachtung ergibt sich leicht die Art, die bei verschiedenen Temperaturen beobachteten unrichtigen Angaben des Aräometers auf die Normaltemperatur zu reduciren und somit den wahren Gehalt zu finden.

Das Aräometer gibt zwar nur bei der Normaltemperatur, für welche es construirt ist, den Gehalt richtig an, allein es muss bei jeder Temperatur dem specifischen Gewichte der Flüssigkeit gemäss einsinken. Ist dasselbe für 12° R. verfertigt, und sinkt es auf $v = 65$ ein, so ist nach Tab. I das specifische Gewicht der Flüssigkeit = 0,9026, welches auch die Temperatur derselben sei. Wird dieses specifische Gewicht auf 12° R. reducirt, so ergibt sich mit letzterem aus Tab. I der wahre Gehalt v . Zu dieser Reduction dient die Tab. III; sie gibt die Verbesserung an, welche an das beobachtete specifische Gewicht (durch das beobachtete v gegeben) anzubringen ist, um dasselbe für 12° R. zu erhalten. Für Temperaturen unter 12° R. ist diese Verbesserung zu subtrahiren, für jene über 12° zu addiren.

Diese Tabelle wurde mit Sorgfalt berechnet und hierzu aus den Gilpin'schen Originalversuchen eine Reihe von Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate abgeleitet, welche das Gesetz der Ausdehnung für die verschiedenen Mischungen aus Wasser und Alkohol ausdrücken, deren nähere Darstellung jedoch nicht hieher gehört. Diese Untersuchungen geben einen neuen Beleg für die Genauigkeit der Gilpin'schen Versuche, indem sämtliche 11 Bestimmungen zwischen 30° und 80° Fahrenheit, welche zu einerlei Mischung gehören, sich durch einen Ausdruck von der Form $a + bt + ct^2$ so genau darstellen lassen, dass der mittlere Fehler zwei Einheiten in der fünften Decimalstelle des specifischen Gewichtes nicht übersteigt. Diese genaue Uebereinstimmung bewog mich, die Tab. III mittelst der erwähnten Gleichungen bis 12° R. unter 0 auszudehnen, obschon in dieser Gegend keine Versuche von Gilpin vorhanden sind; es lässt sich jedoch nachweisen, dass dabei ein für die Praxis merklicher Fehler nicht eintreten kann, was auch durch die Vergleichung mit den Versuchen des Dr. Brix in Berlin bestätigt wird, welche derselbe für die Ausdehnung verschiedener Mischungen aus Wasser und Alkohol zwischen 0° und -10° R. angestellt hat. Wo sich ein Unterschied zeigte, wurden unsere Gleichungen den letztern Bestimmungen gemäss verbessert; auch wurde auf die Ausdehnung des gläsernen Aräometers gehörig Rücksicht genommen. Die in der obersten horizontalen Reihe angesetzten Volumprocente laufen zwar nur von 5 zu 5 fort; es ist jedoch sehr leicht, für zwischenfallende Werthe bloss nach dem Augenmaasse die richtige Zahl zu treffen. Die Zahlen dieser Tab. III sind als Einheiten der vierten Decimalstelle des specifischen Gewichtes zu nehmen.

Der Gebrauch der Tab. III ist nun folgender. Man nimmt aus der Tab. I mit den abgelesenen Procenten v das specifische Gewicht s und aus Tab. III die Verbesserung, welche diesem v und der beobachteten Temperatur t entspricht. Diese Verbesserung wird zu obigem s addirt, wenn die beobachtete Temperatur höher als 12° R. ist, im umgekehrten Falle subtrahirt. Man erhält so das specifische Gewicht s' , welches die Flüssigkeit bei 12° R. haben würde, und dieses in Tab. I aufgesucht, gibt

den wahren Procentgehalt v , wie ihn das Instrument angeben würde, wenn die Flüssigkeit die Wärme von 12° R. hätte.

Die Temperatur des Weingeistes sei z. B. $23\frac{1}{2}^{\circ}$ R. und das Aräometer zeige $v = 72$.

Für $v = 72$ ist aus Tabelle I	$s = 0,8855$
" " III mit $23\frac{1}{2}^{\circ}$ Verbesserung	$+ 116$
	$s' = 0,8971$

und mit diesem s' der wahre Procentgehalt $v = 67,3$; d. h. unter 100 Maass des vorliegenden Weingeistes befinden sich, wenn er die Temperatur von 12° R. besitzt, 67,3 Maass Alkohol von derselben Temperatur.

Allein, wenn ich von einem Weingeiste, dessen Temperatur $23\frac{1}{2}^{\circ}$ R. ist, ein bestimmtes Quantum, z. B. 20 Eimer oder 800 Maass kaufe, so frage ich eigentlich, wie viele Maass Normal-Alkohol, nämlich Alkohol von 12° R. ich dabei erhalte; denn diese bestimmen den Preis. Wegen der Ausdehnung ist das Volum, welches bei $23\frac{1}{2}^{\circ}$ R. 800 Maass beträgt, bei 12° R. kleiner als 800 Maass, mithin erhalte ich weniger, als wenn mir 800 Maass von demselben Weingeist zugemessen würden, nachdem er auf 12° abgekühlt worden.

Die Frage ist also, wie viele Maass Normal-Alkohol (Alkohol von 12° R.) enthalten 100 Maass Weingeist von beliebiger beobachteter Temperatur? Man erhält den Procentgehalt in dieser Bedeutung, wenn obiger Werth v , welchen der Weingeist bei 12° R. enthält, noch mit $\frac{s}{s'}$ multiplicirt wird, wo s, s' obige Bedeutung haben.

Für unser obiges Beispiel folgt dieser Gehalt $= 67,3 \times \frac{0,8855}{0,8971} = 66,45$ und 800 Maass Weingeist von $23\frac{1}{2}^{\circ}$ R. enthalten $66,45 \times 8 = 531,6$ Maass Normal-Alkohol; hingegen würden 800 Maass dieses Weingeistes bei 12° R. $67,3 \times 8 = 538,4$ Maass Normal-Alkohol enthalten.

Man nennt den Procentgehalt v , den Weingeist in der Normaltemperatur ($= 12^{\circ}$ R.) vorausgesetzt, die Stärke des Weingeistes; hat aber dieser irgend eine andere Temperatur, so gebraucht man dafür in der eben erklärten letzteren Bedeutung das Wort Gehalt.

Um dieser Reductionsrechnungen überhoben zu sein, ist die Tab. IV berechnet. Sie gibt die Verbesserung an, welche man an die Angaben eines Aräometers anzubringen hat, wenn dieses bei einer andern Temperatur als 12° R. in die Flüssigkeit eingesenkt wird. Ist die Temperatur der Flüssigkeit unter 12° R., so wird die Correction zur Angabe des Instrumentes addirt; bei Temperaturen über 12° hingegen subtrahirt. Man erhält so den wahren Gehalt des untersuchten Weingeistes in der vorher erklärten Bedeutung dieses Wortes. Der Gebrauch ist jenem der Tab. III ganz ähnlich; man sucht in der obersten horizontalen Zeile die Angabe des Alkoholometers und in der ersten Vertical-Spalte links die beobachtete Temperatur auf; wo beide Linien zusammen treffen, steht die gesuchte Correction; z. B.

Beobachtet.		Verbesserung.		Wahrer Gehalt.	
t	v				
— 9,5	54	+ 10		64	
+ 4,0	12	+ 1,3		13,3	
+ 22,5	66,5	— 5		61,5	

Die gleiche Anwendung hat die Tab. V für die 40theilige Scale, wo die Correction ebenfalls in Maass und Zehntelmaass angesetzt ist, und keiner weitem Erklärung bedarf.

15. Wenn man diese beiden Correctionstabellen näher betrachtet, so bemerkt man: einmal, dass die Correction in gleichem Abstände unter oder über 12° sehr nahe gleich gross ist und mit dem Temperaturunterschiede verhältnissmässig zunimmt, dann aber auch, dass die Correction für denselben Thermometergrad oder in derselben horizontalen Zeile von $v = 25$ bis 80 sich nur wenig ändert. Dieser günstige

Umstand erlaubt es, die Correction, wo es nicht auf besondere Schärfe ankommt, bloss von den Thermometergraden abhängen zu lassen, ohne Rücksicht auf v . Rechnet man auf 2° R. ein Procent Correction, was der Wahrheit durchschnittlich am nächsten kommt, so ergibt sich die Verbesserung, wie folgt:

Temperatur R.	Ver- besserung	Temperatur R.	Ver- besserung
+10	+1%	+14	-1%
8	2	16	2
6	3	18	3
4	4	20	4
2	5	22	5
0	6	24	6
-2	7	26	7
4	8
6	9
8	10

Diese einfache Verbesserung zeigt sich, mit der Tab. IV verglichen, überraschend genau; für alle Arten Branntwein und Weingeist, deren Gehalt zwischen $v = 25$ und 80 Procent liegt, übersteigt der Fehler nicht 0.6 Procent oder $\frac{1}{4}$ Maass der 40theiligen Scale, so lange die Temperatur zwischen 0° und 24° R. ist; für kleinere Temperatur-Differenzen ist derselbe verhältnissmässig noch geringer, so dass dann die Regel selbst bis 95 und rückwärts bis 20 Procent ohne erheblichen Fehler ausgedehnt werden kann. Zwischen diesen Grenzen werden die zu untersuchenden Flüssigkeiten wohl fast in allen Fällen liegen, welche im Handelsverkehr vorkommen; auch wird dabei eine besondere Schärfe selten gefordert, sondern es genügt, wenn die Erhebung des Gehaltes bis auf $\frac{1}{2}$ Procent sicher ist.

Bei Anwendung dieser Regel ist nun gar keine Tabelle mehr erforderlich, sondern man kann die Correction unmittelbar vom Thermometer ablesen. Zu diesem Zwecke setzt man an der Thermometer-Scale bei 12° R. den Nullpunkt und nimmt nach oben und unten zwei Thermometergrade auf jeden Scalentheil, so sind die letzteren unmittelbar die Correction in Volumprocenten; unter dem Nullpunkte zum beobachteten Stande des Alkoholometers zu addiren, oberhalb zu subtrahiren. Für die 40theilige Scale geben 5° R. eine Maass (einen Grad) Correction, wo dann, da diese Scalentheile bedeutend gross werden, auch noch halbe und selbst Viertelmaass angedeutet werden können.

Diese äusserst einfache Art, die Angaben des Alkoholometers wegen der Temperatur zu verbessern, wird man, wie schon gesagt, bei den im Handel vorkommenden Fällen fast immer ohne praktisch erheblichen Fehler anwenden können. Wo es hingegen auf eine besonders scharfe Bestimmung ankommt, ist die Correction nach der Tabelle zu nehmen; für sehr schwachen Branntwein von 5 bis 20 Procent Gehalt ist dieses sogar immer nothwendig, weil hier die einfache Correction um mehrere Procente unrichtig werden kann. Im Handel kommen indessen so geringhaltige Mischungen wohl kaum vor.

Wir haben bisher gezeigt, wie der wahre Gehalt v , d. h. die Anzahl Maass Normal-Alkohol gefunden wird, welche in 100 Maass eines vorgegebenen Weingeistes bei irgend einer Temperatur desselben enthalten sind. Wird nun auch der Wassergehalt w verlangt, so kann dieser aus der Tab. I nicht richtig erhalten werden, wenn die Temperatur der Mischung von 12° R. verschieden ist, sondern es ist

$$w = \frac{100s_1 - 0.7951v}{s'_1} \dots \dots 5.)$$

wo s_1 das specifische Gewicht des Weingeistes, s'_1 dasselbe für Wasser bedeuten, beide für die Temperatur giltig, welche der vorliegende Weingeist hat. Um die specifischen Gewichte s der ersten Tabelle

auf andere Temperaturen zu reduciren, ist die Tab. VI berechnet; ihr Gebrauch ist ganz jenem der Tab. III ähnlich.

Z. B. Man habe einen Branntwein, dessen wahrer Gehalt $v = 40$ und dessen Temperatur $= 19^\circ$, und frägt um den Wassergehalt w .

Aus Tabelle I ist $s = 0,9522$; für Wasser $= 1,0000$
 „ „ VI Reduction: $\frac{- 58}{s_1 = 0,9464}$ $\frac{- 18}{s_1 = 0,9982}$

$$\text{und } w = \frac{94,64 - 0,7951 \times 40}{0,9982} = 62,95;$$

es sind also in 100 Maass dieser Mischung 40 Maass Alkohol von 12° , und 62,95 Maass Wasser von 19° R. enthalten; die Summe ist 102,95, mithin wäre die Zusammenziehung 2,95 Maass; allein diese ist nicht die wahre, weil der Alkohol bei 19° einen grösseren Raum als 40 Maass einnimmt. Dieses veränderte Volum v' ist $= \frac{0,7951}{s'} v$, wenn s' das spezifische Gewicht des Alkohols für die Temperatur der Mischung ist.

Aus der Tab. VI ist für Alkohol die Reduction auf $19^\circ = - 76$, also $v' = \frac{0,7951}{0,7875} \times 40 = 40,39$; das Quantum Alkohol, welches bei 12° R. genau $= 40$ Maass ist, beträgt demnach bei 19° 40,39 Maass, welche mit obigen 62,95 Maass Wasser gemischt, gerade 100 Maass geben, mithin ist die wirkliche Zusammenziehung $= 40,39 + 62,95 - 100 = 3,34$ Maass.

Oder, welchen Wassergehalt hat ein Weingeist, dessen Alkoholgehalt bei $0^\circ = 67\%$?

Aus Tabelle I. $s = 0,8978$; für Wasser $= 1,0000$
 Reduction aus Tabelle VI $\frac{+ 118}{\text{also bei } 0^\circ s_1 = 0,9096}$ „ „ $\frac{+ 8}{s_1 = 1,0008}$

$$\text{und } w = \frac{90,96 - 0,7951 \times 67}{1,0008} = 37,66.$$

Soll auch hier die wahre Zusammenziehung gefunden werden, so ist das spezifische Gewicht des Alkohols bei $0^\circ = 0,7951 + 126 = 0,8077 = s'$,

$$\text{sein Volum bei } 0^\circ = \frac{0,7951}{0,8077} \times 67 = 65,95,$$

und die Zusammenziehung $= 37,66 + 65,95 - 100 = 3,61$ Maass.

Mischung verschiedener Weingeistsorten unter sich und mit Wasser.

16. Wenn Weingeist von gegebenem Gehalt mit einer andern Sorte, deren Gehalt gleichfalls bekannt ist, gemischt werden soll, so kann man fragen, in welchem Verhältniss die Quantitäten beider stehen müssen, um einen gegebenen Gehalt der Mischung zu bekommen; oder wie viel Wasser unter einen starken Weingeist zu mischen sei, um einen schwächern von gegebener Stärke zu haben u. s. w. Um diese oder ähnliche Fragen zu beantworten, sei

	Menge.	Gehalt in Volums-Procenten	
		Alkohol.	Wasser.
Von der 1. Sorte	M Maass	v	w
„ „ 2. „	M' „	v'	w'
„ „ Mischung	M'' „	v''	w''

Da in 100 Maass v Maass Alkohol und w Maass Wasser enthalten sind, so enthält

Die 1. Sorte	$\frac{Mv}{100}$ Maass	Alkohol und	$\frac{Mw}{100}$ Maass	Wasser
„ 2. „	$\frac{M'v'}{100}$ „	„ „	$\frac{M'w'}{100}$ „	„
„ 3. „	$\frac{M''v''}{100}$ „	„ „	$\frac{M''w''}{100}$ „	„

In der Mischung müssen die Quantitäten Alkohol und Wasser unverändert dieselben sein, d. h. wenn z. B. in M 10 Maass Alkohol und 4 Maass Wasser, in M' 6 Maass Alkohol und 15 Maass Wasser sich befinden, so muss nothwendig M'' 16 Maass Alkohol und 19 Maass Wasser enthalten; daher ergeben sich die Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} M''v'' &= Mv + M'v' \\ M''w'' &= Mw + M'w' \end{aligned} \right\} \dots\dots 6.)$$

dividirt:

$$\frac{w''}{v''} = \frac{Mw + M'w'}{Mv + M'v'} \dots\dots\dots 7.)$$

und hieraus

$$M = M' \left(\frac{v''w'' - v'w'}{v''w' - v'w''} \right) = M' \left(\frac{v''w - v'w''}{v''w' - v'w''} \right) \dots\dots 8.)$$

wo die erstere Formel anzuwenden, wenn die Sorte M' schwächer ist, als die Sorte M , die zweite hingegen im umgekehrten Falle.

Das Volum M'' der Mischung ist wegen der Zusammenziehung nicht ganz $= M + M'$ oder gleich der Summe der gemischten Quantitäten; man findet dasselbe, wenn M ; M' und alle v gegeben sind, aus der ersten Gleichung

$$M'' = \frac{Mv + M'v'}{v''} \dots\dots\dots 9.)$$

Wir wollen nun die Anwendung dieser Formeln in einigen Beispielen zeigen, wobei wir bemerken, dass nur die Gehalte an Alkohol oder die v bekannt zu sein brauchen; die zugehörigen Wassergehalte w werden für jedes v aus der Tabelle I genommen.

1. Wie viele Maass eines 30procentigen Weingeistes sind erforderlich, um 40 Maass 85procentigen auf 60 Procent zu bringen?

Gegeben

$$M = 40; v = 85; v' = 30; v'' = 60$$

$$w = 17,42; w' = 72,72; w'' = 43,68$$

und M' nach Formel 8) zu suchen

$$\begin{array}{r} v w'' = 3712,8 \\ v' w = 1045,2 \\ \hline 2667,6 \end{array} \quad \begin{array}{r} v'' w' = 4363,2 \\ v' w'' = 1310,4 \\ \hline 3052,8 \end{array}$$

$$M' = \frac{2667,6}{3052,8} \cdot 40 = 34,95 \text{ Maass.}$$

Für das Volum der Mischung nach Formel (9)

$$Mv = 3400$$

$$M'v' = 1048,5$$

$$\hline 4448,5 : 60 \text{ gibt } M'' = 74,14 \text{ Maass.}$$

Die Summe der Bestandtheile ist $40 + 34,95 = 74,95$ Maass, mithin die Zusammenziehung 0,81 Maass.

Sind die Gehalte nach der 40theiligen Scale gegeben, so reducirt man diese auf die 100theilige, und verfährt dann wie oben, z. B.

2. Man will 10gradigen Branntwein durch Beimischung von 32gradigem Spiritus auf 16gradigen bringen; wie viele Maass Spiritus sind auf einen Eimer des gegebenen Branntweines zu nehmen?

$$M = 40; \quad v = 10 \cdot \frac{5}{2} = 25; \quad v' = 32 \cdot \frac{5}{2} = 80; \quad v'' = 16 \cdot \frac{5}{2} = 40$$

$$w = 77,23; \quad w' = 22,83; \quad w'' = 63,42$$

$$v''w = 3089,2 \quad v'w' = 5073,6$$

$$v w'' = 1585,5 \quad v' w'' = 913,2$$

$$\frac{1585,5}{1503,7} \quad \frac{913,2}{4160,4}$$

und $M' = \frac{1503,7}{4160,4} \times 40 = 14,46$ Maass 32gradigen Spiritus sind erforderlich, um 40 Maass 10gradigen Branntwein auf 16gradigen zu bringen. Das Volum der Mischung

$$M'' = \frac{40 \times 25 + 14,46 \times 80}{40} = 25 + 28,9 = 53,9 \text{ Maass,}$$

während die Summe der Bestandtheile 54,46 Maass ist.

Mischt man zwei gegebene Weingeistsorten M , M' zusammen und frägt um den Gehalt der Mischung, so ergibt sich nach Formel (7) das Verhältniss $\frac{w''}{v''}$ und man muss in der Tabelle I jene zusammen gehörige v und w aufsuchen, welche dieses Verhältniss geben. Um schneller zum Ziele zu kommen, kann man so verfahren.

Sei das gegebene Verhältniss

$$\frac{w''}{v''} = m.$$

Man setze vorläufig $v_1 = \frac{100}{1+m}$ und nehme aus der Tabelle I für v_1 die entsprechende Zusammensetzung c , nämlich $c = v_1 + w_1 - 100$, so ist

$$v'' = v_1 + \frac{v_1 c}{100} \dots \dots 9b)$$

welche Formel bis 70% ganz genau ist; von 70 bis 80 ist 0,10% und über 80 hinauf 0,15% abzuziehen, wenn man v'' in aller Schärfe haben will.

Z. B. welchen Gehalt hat eine Mischung aus 20 Maass 80procentigen Weingeist und 40 Maass 25procentigen Branntwein?

$$M = 20; \quad v = 80; \quad w = 22,83$$

$$M' = 40; \quad v' = 25; \quad w' = 77,23$$

$$Mv + M'v' = 2600$$

$$Mw + M'w' = 3545,8 \quad \frac{w''}{v''} = \frac{3545,8}{2600} = 1,3638 = m$$

$$v_1 = \frac{100}{2,3638} = 42,31$$

diesem v_1 entspricht in Tab. I der Wassergehalt $w_1 = 61,20$, mithin

$$c = 42,31 + 61,20 - 100 = 3,51; \quad \frac{v_1 c}{100} = 1,49$$

und $v'' = 42,31 + 1,49 = 43,80$ Procent als wahrer Gehalt der Mischung.

Das Volum der Mischung ist nach Formel (9)

$$M'' = \frac{2600}{43,80} = 59,36 \text{ Maass.}$$

17. Einfacher wird die Rechnung, wenn eine stärkere Sorte Weingeist durch Beimischung von Wasser auf einen geringeren Grad gebracht werden soll. Wenn sich in der vorigen Bedeutung

M, v, w auf den zu mischenden Weingeist;

M, v', w' auf die Mischung beziehen, und W die Maass Wasser bezeichnet,

welche beigemischt werden sollen, so ist

$$W = \frac{Mv}{100} \left(\frac{w'}{v'} - \frac{w}{v} \right) \dots \dots \dots 10.)$$

$$M' = M \cdot \frac{v}{v'} \dots \dots \dots 11.)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{w'}{v'} &= \frac{100W}{Mv} + \frac{w}{v} \\ \frac{w}{v} &= \frac{w'}{v'} - \frac{100W}{M'v'} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 12.)$$

1. Beispiel. Wie viele Maass Wasser sind einem Eimer 40procentigen Branntweines beizumischen, um ihn auf 25procentigen zu reduciren?

Hier ist

$$M = 40; \quad v = 40; \quad w = 63,42$$

$$v' = 25; \quad w' = 77,23$$

$$\frac{w'}{v'} = 3,0892 \quad \frac{Mv}{100} = 16$$

$$\frac{w}{v} = 1,5855$$

$$\frac{1,5037}{1,5037} \times 16 = 24,06 = W$$

also 24,06 Maass Wasser sind erforderlich.

Das Volum der Mischung ist $= M \cdot \frac{v}{v'} = \frac{40,40}{25} = 64,00$ Maass, sehr nahe mit der Summe der Bestandtheile übereinstimmend.

2. Beispiel. Jemand will aus 75procentigem Spiritus durch Zusatz von Wasser genau 3 Eimer = 120 Maass 35procentigen Branntwein erzeugen; wie viel ist von beiden zu nehmen?

Hier ist gegeben

$$M = 120; \quad v = 75; \quad w = 28,15$$

$$v' = 35; \quad w' = 68,12$$

und M, W zu suchen. Man findet zuerst aus der Formel (11)

$$M = M' \cdot \frac{v'}{v} = 120 \cdot \frac{35}{75} = 56,$$

welcher Werth in (10) gesetzt, gibt $W = 65,98$ oder $= 66$ Maass Wasser, die mit 56 Maass Spiritus genau die verlangte Mischung geben.

3. Beispiel. Ein 5 Eimer haltendes Fass, in welchem sich Spiritus befand, wurde durch Einfüllung von 80 Maass Wasser genau voll, und dadurch ein 42procentiger Branntwein erhalten, wie viel Spiritus war im Fasse und welchen Gehalt hatte er?

Wenn keine Zusammenziehung statt fände, so müssten, da das Fass 200 Maass enthält, 120 Maass Spiritus vorhanden gewesen sein, und sein Gehalt wäre aus (11)

$$v = \frac{M'}{M} \cdot v' = \frac{200 \times 42}{120} = 70\%$$

Wir wollen aber die Aufgabe scharf auflösen.

Gegeben ist

$$M' = 200; v' = 42; w' = 61,50; \text{ und } W = 80;$$

zu suchen M, v, w .

Wir suchen zuerst nach Formel (12) das Verhältniss $\frac{w}{v}$. Es ist

$$\begin{aligned} \frac{w'}{v'} &= \frac{61,50}{42} = 1,4643 \\ \frac{100W}{M'v'} &= \frac{8000}{8400} = 0,9524 \\ \frac{w}{v} &= 0,5119 = m \end{aligned}$$

Nun bestimmen wir v nach Formel (9b); es ist vorläufig

$$v_1 = \frac{100}{1+m} = \frac{100}{1,5119} = 66,14;$$

hiez u aus der ersten Tabelle $w_1 = 37,40$; $c = 66,14 + 37,40 - 100 = 3,54$

$$\frac{c v_1}{100} = 2,34, \text{ und } v = 66,14 + 2,34 = 68,48.$$

Weiter ist nach Formel (11) $M = \frac{M' v'}{v} = \frac{8400}{68,48} = 122,67$ Maass Spiritus waren im Fasse und sein Gehalt war 68,48 Procent.

Diese Beispiele werden genügen, um zu zeigen, wie derlei Aufgaben über Mischungen zu behandeln sind; auch dürfte es unnöthig sein, zu diesem Zwecke besondere Hilfstafeln beizugeben, theils weil diese Tafeln bedeutend weitläufig werden müssten, dann auch, weil ihre Anwendung nicht häufig vorkommt, eintretenden Falles aber die kurze Rechnung Jedermann leicht ausführen wird.

Diese für Mischungen gegebenen Regeln und Formeln sind eigentlich nur richtig, wenn die Flüssigkeiten die Normaltemperatur von 12° R. haben. Indessen, wenn die gegebenen v die wahren sind und die Temperatur nur wenige Grade von 12° abweicht, ist der Fehler praktisch meistens unerheblich. Dieser kömmt daher, dass die aus Tabelle I genommenen Werthe w etwas unrichtig sind, weil sie eigentlich nur für 12° R. gelten. Will man genau rechnen, so hat man die Wassergehalte w für die gegebene Temperatur zu bestimmen, wozu am Schlusse des §. 15 Anleitung gegeben worden. Um den Einfluss der Temperatur kennen zu lernen, wollen wir die obige Aufgabe, wie viel Wasser erforderlich sei, um einen Eimer 40procentigen Branntwein auf 25procentigen zu bringen, auch unter der Bedingung auflösen, dass die zu mischenden Bestandtheile die Wärme von 19° R. haben.

Gegeben

$$M = 40; v = 40; v' = 25.$$

Nach Formel (5) findet man

$$w = 62,95; w' = 77,00.$$

$$\begin{aligned} \frac{w'}{v'} &= \frac{77}{25} = 3,0800 & \frac{Mv}{100} &= 16 \\ \frac{w}{v} &= \frac{62,95}{40} = 1,5737 \end{aligned}$$

$$W = 1,5063 \times 16 = 24,10 \text{ Maass Wasser}$$

sind erforderlich. Oben wurde 24,06 Maass gefunden; der Unterschied ist demnach sehr unbedeutend. Es lässt sich übrigens nachweisen, dass dieser Fehler wenigstens bei Mischungen mit Wasser nie bedeutend werden kann, und dass bei geringeren Abweichungen der Temperatur die Rechnung mit den Werthen w aus Tab. I noch für schärfere wissenschaftliche Bestimmungen hinreichend genau ist.

Das Vermischen mit Wasser gibt ein einfaches Mittel, aus einem starken Weingeist von bekanntem Gehalte v mehrere schwächere Sorten zu bilden, welche als Probemischungen zur Prüfung der Alkoholometer besonders geeignet sind, weil ihr Gehalt auf diesem Wege ungleich schärfer bestimmbar ist, als

dieses mittelst eines Alkoholometers geschehen könnte. Da man es hier nur mit geringen Quantitäten zu thun hat, so wird man die zu mischenden Volumen vortheilhaft durch das Gewicht bestimmen.

Der Gebrauch der VII. Tabelle wird durch ihre Aufschriften deutlich sein; z. B. Von einem Spiritus, dessen Gehalt $v = 64$ Volumprocente, enthält der Wiener Eimer an Normal-Alkohol 25,6 Wiener Maass, oder 51,33 Wiener Pfund oder 57,49 Zollpfund.

Die Wiener Maass Normal-Alkohol wiegt sehr nahe 2 Wiener Pfund, so dass man in allen praktischen Fällen dieses einfache Verhältniss anwenden kann; der Fehler beträgt nur $\frac{1}{4}$ Procent.

ANHANG.

1. (zu §. 6.) Um die in §. 6 aufgestellte Formel $h = 7760 \left(\frac{1-s}{s}\right)$ abzuleiten, sei

	Specifisches Gewicht.		Eingetauchtes Volum des Aräometers.
für Weingeist	s	. . .	M
„ Wasser	s'	. . .	M'
„ Alkohol	s''	. . .	M''

Der eingetauchte Theil des Instrumentes ist dem Volum der verdrängten Flüssigkeit gleich; das Gewicht der letztern ist aber immer dasselbe, nämlich gleich dem ganzen Gewichte des schwimmenden Körpers, mithin ist

$$Ms = M's' = M''s'';$$

aus

$$Ms = M's' \text{ folgt } \frac{M}{M'} = \frac{s}{s'},$$

also auch

$$1 - \frac{M'}{M} = 1 - \frac{s}{s'}; \text{ oder } \frac{M-M'}{M} = \frac{s'-s}{s'} \dots \dots \dots 1.);$$

ganz ebenso folgt aus

$$M's' = M''s'' \dots \dots \dots \frac{M'-M''}{M''} = \frac{s'-s''}{s''} \dots \dots \dots 2.),$$

und wenn man (1) durch (2) dividirt

$$\frac{M''}{M'} \cdot \frac{M-M'}{M''-M'} = \frac{s'-s}{s'-s''};$$

aber

$$\frac{M''}{M'} = \frac{s}{s''}, \text{ mithin } \frac{M-M'}{M''-M'} = \frac{s'}{s} \left(\frac{s'-s}{s'-s''}\right).$$

Allein $M-M'$ ist (Fig. 3) das Volum der Röhre von 0 bis a ; $M''-M'$ dasselbe von 0 bis a' . Ist die Röhre cylindrisch, oder hat sie durchgehends gleichen Querschnitt, so verhalten sich diese Volumen-Unterschiede wie die Längen oa , oa' ; setzen wir den Fundamental-Abstand $oa' = l$, $oa = h$, so ist

$$\frac{M-M'}{M''-M'} = \frac{h}{l}.$$

und wir erhalten

$$h = \frac{s''}{s} \left(\frac{s'-s}{s'-s''}\right) l.$$

Für unsere Normaltemperatur 12° R. ist $s' = 1$; $s'' = 0,7951$; setzt man diese Werthe und zugleich den Fundamentalabstand $l = 2000$, so folgt

$$h = 7760 \left(\frac{1-s}{s} \right).$$

Berechnung und Construction der Scale, wenn die Scalentröhre konisch ist.

2. (Zu §. 13.) Sei (Fig. 3) bei o der Halbmesser der Röhre $= r$, bei $a' = r + \delta$; $oa' = l$; $oa = h$, so ist der Halbmesser bei $a = r + \frac{h}{l} \delta$; ist ferner das Volum der Röhre von o bis $a = b$; von o bis $a' = B$, so ist

$$B = \frac{1}{3} \pi l \left\{ r^2 + r(r + \delta) + (r + \delta)^2 \right\}$$

$$\text{oder } B = \pi l r^2 \left\{ 1 + \frac{\delta}{r} + \frac{1}{3} \frac{\delta^2}{r^2} \right\}.$$

Eben so folgt

$$b = \pi h r^2 \left\{ 1 + \frac{h}{l} \cdot \frac{\delta}{r} + \frac{1}{3} \cdot \frac{h^2}{l^2} \cdot \frac{\delta^2}{r^2} \right\}.$$

$$\text{Setzt man } \frac{b}{B} = n; \frac{\delta}{r} = q,$$

so kommt

$$\frac{h}{l} \left\{ 1 + \frac{h}{l} q + \frac{1}{3} \cdot \frac{h^2}{l^2} q^2 \right\} = n \left(1 + q + \frac{1}{3} q^2 \right),$$

woraus mit Weglassung der vierten und höhern Potenzen von q

$$\frac{h}{l} = n + n(1-n)q - \frac{1}{3} n(1-n)(5n-1)q^2 + \frac{5}{3} n^2(1-n)(2n-1)q^3 \dots 1.)$$

Das letzte Glied ist im Maximum $= 0,129 q^3$, und wird für $q = \frac{1}{5}$ und $l = 6$ Zoll $= 0,006$ Zoll; es wird daher in der Praxis immer vernachlässigt werden können, da q grösser als $\frac{1}{5}$ nicht wohl vorkommen wird. Die Grösse $n = \frac{b}{B}$ ist dieselbe, welche wir oben mit $\frac{h}{l}$ bezeichnet haben, nämlich für unsere Normal-Temperatur ist

$$n = 3,880 \left(\frac{1-s}{s} \right) = \frac{h'}{2000}$$

in die Formel 1.) zu setzen, um die Scalentheile h zu erhalten, wo h' die Partes aus der Tab. II bedeuten. Wir haben die Röhre am obern Ende dicker angenommen; im umgekehrten Falle ist begreiflich q negativ zu setzen.

Der Unterschied gegen die gleichförmige Theilung ist

$$\frac{h}{l} - n = n(1-n)q - \frac{1}{3} n(1-n)(5n-1)q^2$$

und erreicht sein Maximum sehr nahe für $n = \frac{1}{2}$; bezeichnen wir diesen grössten Unterschied mit u , so ist

$$u = \frac{1}{4} q - \frac{1}{8} q^2;$$

indessen ändert sich dieses u in der Nähe von $n = \frac{1}{2}$ sehr wenig, und man kann zwischen $n = 0,43$ bis $0,57$ ohne praktisch merklichen Fehler $u = \frac{1}{4} q - \frac{1}{8} q^2$ setzen, d. h. etwa zwischen $v = 66$ und 77 Volums-Procente. Die gehörig scharfe Bestimmung von q ist für die Praktiker mit Schwierigkeiten verbunden, weil dazu ein sehr genauer Messapparat erforderlich wäre; weit leichter lässt sich u finden, indem

man ausser den beiden äussern noch einen dritten nahe in die Mitte fallenden Punkt der Scale bestimmt. Wird die Länge der Scale von 0 bis zum mittlern Punkte mit h bezeichnet, und ist dieselbe bei cylindrischer Röhre = h' , so ist

$$\frac{h-h'}{l} = u,$$

und wenn man $4u = x$ setzt,

$$q = 1 - \sqrt{1 - 2x} = x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^3 \dots 2.)$$

Setzt man diesen Werth in die Gleichung 1.), so folgt

$$\frac{h}{l} = n + n(1-n)x - \frac{5}{6}n(1-n)(2n-1)x^2 + \frac{5}{6}n(1-n)(2n-1)^2x^3 \dots 3.)$$

Es sei z. B. $l = 6''$; in einem Weingeiste, dessen Gehalt $v = 75\%$ habe man gefunden $h = 3.42$; nach Tabelle II ist für

$$v = 75, \frac{h'}{l} = \frac{1080}{2000} = 0,540; \frac{h}{l} = \frac{3,42}{6} = 0,570;$$

mithin $u = 0,030$ und $x = 0,12$; setzt man diesen Werth in (3) und für n nach und nach seine Werthe aus der Tabelle II, so erhält man die verbesserten h . Für $v = 40$ ist $n = \frac{390}{2000} = 0,195$,

$$\frac{h}{l} = 0,195 + 0,01884 + 0,00115 = 0,2150,$$

und wegen $l = 6''$, $h = 1.290$; der unverbesserte Werth wäre $h = 1.170$.

3. Wir haben §. 13 gesagt, dass man solche Scalen für konische Röhren ohne alle Rechnung auf sehr einfache Weise mittelst des Netzes Fig. 5 theilen könne, indem man die zu theilende Scale so auf das Netz auflegt, dass nicht nur die beiden äussern, sondern auch der mittlere Fundamentpunkt mit den correspondirenden Theillinien zusammen fallen, und in dieser Lage die Scale theilt. Wir wollen nun zeigen, wie nahe diese Regel mit obiger Formel (3) übereinstimmt.

In dem beliebigen Δabc (Fig. 7) sei bd gezogen; ab werde durch ce in e nach gegebenem Verhältniss getheilt; das Verhältniss zu finden, nach welchem bd in f getheilt wird.

Sei $db' \parallel ab$, so ist wegen Aehnlichkeit der Dreiecke bef , dfg

$$be : bf = dg : df \text{ und } dg = be \cdot \frac{df}{bf};$$

aber auch

$$dg : ae = cd : ac; \quad dg = ae \cdot \frac{cd}{ac};$$

mithin

$$be \cdot \frac{df}{bf} = ae \cdot \frac{cd}{ac}$$

$$\frac{df}{bf} = \frac{ae}{be} \cdot \frac{cd}{ac} \dots 4.)$$

und das Gesetz, nach welchem bd getheilt wird, gefunden, wenn d , d. h. die Lage der Geraden bd gegeben ist. Ist aber diese Lage dadurch bestimmt, dass die gegebene Gerade bd in f nach bestimmtem Verhältnisse geschnitten wird, d. h. ist $\frac{df}{bf}$ gegeben, so ist für jede andere Gerade ce'

$$\frac{df}{bf} = \frac{ae'}{be'} \cdot \frac{cd}{ac} \dots 5.)$$

und wenn (5) durch (4) dividirt wird

$$\frac{df}{bf} \cdot \frac{bf}{df} = \frac{ae'}{be'} \cdot \frac{be}{ae} \dots 6.)$$

Setzen wir nun

$$\frac{be}{ab} = n \quad ; \quad \frac{bf}{bd} = m$$

$$\frac{be'}{ab} = n' \quad ; \quad \frac{bf'}{bd} = m'$$

so wird

$$\frac{be}{ae} = \frac{n}{1-n} \quad ; \quad \frac{bf}{df} = \frac{m}{1-m},$$

$$\frac{be'}{ae'} = \frac{n'}{1-n'} \quad ; \quad \frac{bf'}{df'} = \frac{m'}{1-m'};$$

und diese Werthe in (6) gesetzt, geben

$$\frac{n'(1-n)}{n(1-n')} = \frac{m'(1-m)}{m(1-m')}$$

$$m' = \frac{n'm(1-n)}{n(1-m) + n'(m-n)}.$$

Wenn d auf a fällt, wird offenbar $m = n$; $m' = n'$; setzen wir $m - n = k$, so hat k mit dem frühern u gleiche Bedeutung, und wenn $bd = l$, $bf' = h$, so folgt

$$m' = \frac{h}{l} = \frac{n' + \frac{n'}{n}k}{1 + \frac{k}{n} \left(\frac{n'-n}{1-n} \right)} \dots \dots 7.)$$

Ist ab durch Gerade, welche von c ausgehen, nach einem gewissen Gesetze getheilt, so enthält die Gleichung 7.) das Gesetz, nach welchem durch dieselben Geraden die Linie bd getheilt wird, wenn diese so gelegt ist, dass drei gegebene Punkte b, f, d auf die correspondirenden Theilungslinien fallen. Um die Formel (7) mit der frühern (3) vergleichen zu können, wollen wir den mittleren Punkt f auf die Mitte von ab beziehen oder $n = \frac{1}{2}$ setzen; dadurch wird $k = u = \frac{1}{4}x$ und

$$\frac{h}{l} = \frac{n'(1 + \frac{1}{2}x)}{1 + \frac{1}{2}x(2n'-1)} \dots \dots 8.)$$

wo n' mit dem n der Formel (3) gleiche Bedeutung hat. Diese Formel ist noch ganz genau; lösen wir sie in eine Reihe auf und setzen n für n' , so folgt

$$\frac{h}{l} = n + xn(1-n) - \frac{1}{2}x^2n(1-n)(2n-1) + \frac{1}{4}x^3n(1-n)(2n-1)^2 \dots \dots 9.)$$

Der Fehler dieser Formel gegen (3), welche das Gesetz der Theilung konischer Röhren ausdrückt, zeigt sich erst im dritten Gliede; vernachlässigt man x^3 als unmerklich, so ist der Unterschied beider Formeln

$$\frac{1}{3}x^2n(1-n)(2n-1)$$

welcher für $n = \frac{1}{5}$ und $\frac{4}{5}$ seinen grössten Werth erhält. Dieser wird für

$$n = \frac{1}{5}, \quad = -0,032x^2,$$

für

$$n = \frac{4}{5}, \quad = +0,032x^2.$$

Da $x = q - \frac{1}{2}q^2$, so wird für $q = \frac{1}{5}$, $x = 0,18$, obiger Fehler $= \pm 0,0010$ und für $l = 6$ Zoll, $= \pm 0,006$.

Wenn demnach q nicht grösser als $\frac{1}{5}$ ist, was in der Praxis ohnehin immer der Fall sein wird, so ist die mehrerwähnte einfache Regel zur Theilung der Scalen für konische Röhren als völlig genau anzusehen. Es ist überflüssig zu bemerken, dass diese Regel mit demselben Vortheil auch zur Theilung von Thermometer-Scalen angewendet werden kann, wenn deren Röhren nicht genau cylindrisch sind.

4. (Zu § 9 und 13.) Wie man sieht, kommt es bei der Verfertigung der Aräometer-Scalen vorzüglich auf die scharfe Bestimmung der zwei oder drei Fixpunkte derselben an, die desshalb auch mit aller Aufmerksamkeit nach § 9 vorzunehmen ist. Dabei sollen die Flüssigkeiten die Wärme von 12° R. haben und wenn dieses nicht der Fall ist, auf diese Temperatur gebracht werden. Man bedient sich zum Einsetzen des Instrumentes gewöhnlich eines etwa 15 Zoll hohen, ziemlich engen Glascyinders (Fig. 8), der mit Wasser oder irgend einer Weingeistsorte gefüllt ist. Allein die Temperatur der Flüssigkeit ist dann in verschiedenen Höhen nicht dieselbe, wenn die Temperatur der umgebenden Luft von jener der Flüssigkeit verschieden ist, und das mit dem Alkoholometer verbundene Thermometer, dessen Kugel die tiefste Stelle einnimmt, kann nicht die richtige, d. i. jene Temperatur angeben, welche die den Körper des Instrumentes umgebende Flüssigkeit im Mittel besitzt. Will man die Flüssigkeit im Cylinder auf eine bestimmte Temperatur bringen, indem man diesen in ein weiteres Gefäss stellt, welches mit Wasser von geeigneter Wärme gefüllt ist, so muss, wenn nicht bedeutende Fehler entstehen sollen, das äussere Wasser bis zur Höhe der innern Flüssigkeit reichen, und selbst in diesem Falle ist die Temperatur in verschiedener Höhe um so mehr ungleich, je grösser der Temperaturunterschied zwischen den Flüssigkeiten und der äussern Luft ist. Es ist daher schwierig, im Sommer bei einer Lufttemperatur von 18 bis 20° R. die Normalpunkte auf diese Weise scharf zu bestimmen, und nur dann kann eine genügende Sicherheit erwartet werden, wenn dabei die Temperatur der das Instrument umgebenden Flüssigkeit durch ein besonderes Thermometer gemessen wird, dessen Kugel mit der Mitte des eingetauchten Volumen des Instrumentes gleiche Höhe hat. Ist hingegen die Lufttemperatur mit jener der Flüssigkeit nahe oder ganz gleich, so findet auch kein merklicher Unterschied in verschiedener Höhe statt; ich halte es daher für sicherer und einfacher, die Fundamentalpunkte bei der Temperatur zu ermitteln, welche die Flüssigkeit und die umgebende Luft eben hat, und die so erhaltenen Punkte zu corrigiren. Zu dieser Correction dient folgende Tabelle:

v	m	v	m	v	m
0	0,80	35	0,84	70	0,98
5	0,80	40	0,85	75	1,01
10	0,80	45	0,87	80	1,04
15	0,81	50	0,89	85	1,08
20	0,81	55	0,91	90	1,12
25	0,82	60	0,93	95	1,17
30	0,83	65	0,95	100	1,22

Ein genaues Alkoholometer zeige in dem Weingeiste, welcher zu dieser Untersuchung verwendet wird, den scheinbaren Gehalt v' ; mit diesem und der beobachteten Temperatur des Weingeistes nehme man aus der Tab. III die zugehörige Zahl d und aus obiger Tabelle die Zahl m , so ist für jedes Instrument, welches in diesen Weingeist eingesenkt wird, die Reduction auf

$$12^{\circ} \text{ R.} = m d \text{ Partes,}$$

und zwar ist der beobachtete Punkt zu hoch bei Temperaturen über 12° , im Gegentheile zu tief. Die Zahl d wird hier als ganze Zahl angesehen. Bei Wasser ist auf ähnliche Art die Zahl d aus der Tab. III zu nehmen. Ist der wahre Gehalt des Weingeistes, nämlich jener, welchen derselbe bei 12° R. haben

würde, nicht bekannt, so muss er nach §. 14 aus dem beobachteten v' gesucht werden. Ein Beispiel soll die Sache erläutern.

Das Instrument zeige im Wasser an der Hilfs-Scale 10,5; in einem Weingeiste, 231 Theile, in welchem ein genaues Alkoholometer $v' = 92,6$ Procent angibt. Die Wärme des Wassers sei mit 17° , jene des Weingeistes mit $18^{\circ}5$ R. beobachtet.

Man findet für Wasser $d = 10$; $m = 0,80$

„ Weingeist $d = 68$ $m = 1,13$;

es ist also der erste Punkt zu hoch um $10 \times 0,8 = 8$ Partes,

„ zweite „ „ „ $68 \times 1,13 = 77$ „

Nun ist der für 12° R. gültige Gehalt v des Weingeistes nach Vorschrift des §. 14 zu suchen.

Mit $v' = 92,6$ aus der Tab. I $s = 0,8256$

„ Correction „ „ III $+ 68$

$s' = 0,8324$

und mit diesem s' aus der Tab. I: $v = 90,60$.

Um die in Partes ausgedrückte Correction auf die Hilfs-Scale zu reduciren, ist auf dieser der vorläufige Abstand beider Punkte = $231 - 10,5 = 220,5$ Theile; aus Tab. II für $v = 90,6$ die Partes $h = 1562$, mithin

$$1562 : 220,5 = 8 : x \text{ und } x = 1,1$$

$$1562 : 220,5 = 77 : x \text{ „ } x = 10,8$$

und die beobachteten Punkte auf 12° reducirt sind

$$\text{für Wasser} = 10,5 - 1,1 = 9,4$$

$$\text{„ Weingeist} = 231 - 10,8 = 220,2$$

$$\text{der wahre Abstand} = 210,8 \text{ Theile der Hilfs-Scale,}$$

welcher der Procenten-Scale von $v = 0$ bis $v = 90,6$ entspricht.

Tabelle I.

Enthält das specifische Gewicht für verschiedene Mischungen von Alkohol und Wasser, dann ihren Gehalt an Alkohol und Wasser in Volums- und Gewichts-Procenten, giltig für die Temperatur von 12° R.

Specifisches Gewicht des Weingeistes <i>s</i>	100 Maass Weingeist enthalten Maass		100 Pf. Weingeist enthalten Alkohol Pfund <i>g</i>	Gewicht einer Wien. Maass Weingeist Wiener Pfund	Specifisches Gewicht des Weingeistes <i>s</i>	100 Maass Weingeist enthalten Maass		100 Pf. Weingeist enthalten Alkohol Pfund <i>g</i>	Gewicht einer Wien. Maass Weingeist Wiener Pfund
	Alkohol <i>v</i>	Wasser <i>w</i>				Alkohol <i>v</i>	Wasser <i>w</i>		
1.0000	0	100	0	2,522	0,9348	50	53,72	42,53	2,357
0,9985	1	99,05	0,80	2,518	0,9328	51	52,73	43,47	2,353
0,9970	2	98,11	1,60	2,514	0,9308	52	51,74	44,41	2,348
0,9956	3	97,17	2,40	2,511	0,9288	53	50,74	45,37	2,342
0,9942	4	96,24	3,20	2,508	0,9267	54	49,74	46,33	2,337
0,9928	5	95,30	4,00	2,504	0,9247	55	48,74	47,29	2,332
0,9915	6	94,38	4,81	2,500	0,9226	56	47,73	48,26	2,327
0,9902	7	93,45	5,62	2,497	0,9205	57	46,73	49,24	2,321
0,9890	8	92,54	6,43	2,494	0,9183	58	45,72	50,21	2,316
0,9878	9	91,62	7,24	2,491	0,9161	59	44,70	51,20	2,311
0,9867	10	90,72	8,06	2,488	0,9139	60	43,68	52,20	2,305
0,9855	11	89,80	8,87	2,486	0,9117	61	42,67	53,19	2,300
0,9844	12	88,90	9,69	2,483	0,9095	62	41,65	54,20	2,294
0,9833	13	88,00	10,51	2,480	0,9072	63	40,63	55,21	2,288
0,9822	14	87,09	11,33	2,477	0,9049	64	39,60	56,23	2,282
0,9812	15	86,19	12,15	2,475	0,9026	65	38,58	57,25	2,276
0,9801	16	85,29	12,98	2,472	0,9002	66	37,54	58,29	2,270
0,9791	17	84,39	13,80	2,469	0,8978	67	36,51	59,33	2,264
0,9781	18	83,50	14,63	2,467	0,8954	68	35,47	60,38	2,258
0,9771	19	82,60	15,46	2,464	0,8930	69	34,44	61,43	2,252
0,9761	20	81,71	16,29	2,462	0,8905	70	33,39	62,50	2,246
0,9751	21	80,81	17,12	2,459	0,8880	71	32,35	63,58	2,239
0,9741	22	79,92	17,96	2,457	0,8855	72	31,30	64,64	2,233
0,9731	23	79,02	18,79	2,454	0,8830	73	30,26	65,72	2,227
0,9721	24	78,13	19,63	2,451	0,8804	74	29,20	66,82	2,220
0,9711	25	77,23	20,47	2,449	0,8778	75	28,15	67,93	2,214
0,9700	26	76,33	21,31	2,446	0,8752	76	27,09	69,04	2,207
0,9690	27	75,43	22,16	2,444	0,8725	77	26,03	70,16	2,200
0,9679	28	74,53	23,00	2,441	0,8698	78	24,96	71,30	2,194
0,9668	29	73,62	23,85	2,438	0,8671	79	23,90	72,43	2,187
0,9657	30	72,72	24,70	2,435	0,8644	80	22,83	73,59	2,180
0,9645	31	71,80	25,56	2,432	0,8616	81	21,76	74,75	2,173
0,9633	32	70,89	26,41	2,429	0,8588	82	20,68	75,91	2,166
0,9620	33	69,96	27,27	2,426	0,8559	83	19,61	77,09	2,159
0,9607	34	69,04	28,14	2,423	0,8530	84	18,52	78,29	2,151
0,9595	35	68,12	29,01	2,420	0,8500	85	17,42	79,51	2,144
0,9582	36	67,20	29,88	2,416	0,8470	86	16,32	80,72	2,136
0,9568	37	66,26	30,75	2,413	0,8440	87	15,23	81,96	2,129
0,9553	38	65,32	31,63	2,409	0,8409	88	14,12	83,22	2,121
0,9538	39	64,37	32,52	2,405	0,8377	89	13,01	84,47	2,113
0,9522	40	63,42	33,40	2,401	0,8344	90	11,88	85,74	2,104
0,9506	41	62,46	34,30	2,397	0,8311	91	10,76	87,04	2,096
0,9490	42	61,50	35,18	2,393	0,8277	92	9,62	88,37	2,088
0,9473	43	60,54	36,09	2,389	0,8242	93	8,48	89,72	2,079
0,9456	44	59,58	37,00	2,385	0,8206	94	7,32	91,08	2,070
0,9439	45	58,61	37,90	2,380	0,8169	95	6,16	92,45	2,060
0,9421	46	57,64	38,82	2,376	0,8130	96	4,97	93,89	2,050
0,9403	47	56,66	39,74	2,372	0,8089	97	3,77	95,35	2,040
0,9385	48	55,68	40,66	2,367	0,8046	98	2,54	96,83	2,029
0,9366	49	54,70	41,59	2,362	0,8000	99	1,28	98,38	2,017
0,9348	50	53,72	42,53	2,357	0,7951	100	0,00	10,000	2,005

Tabelle II.

Enthält die Scalentheile (Partes) zur Construction der Alkoholometer-Scalen, sowohl in Volums- als Gewichts-Procenten. Der Fundamental-Abstand ist = 2000 gesetzt.

Procente <i>v</i> oder <i>g</i>	Einsin- kender Theil der Scale in Partes <i>h</i>	In- tervalle; Partes	Partes für die Gewichts- Procente	Procente <i>v</i> oder <i>g</i>	Einsin- kender Theil der Scale in Partes <i>h</i>	In- tervalle; Partes	Partes von <i>v</i> = 50 an gezählt	Partes für die Gewichts- Procente
0	0	..	0	50	541	..	0	686
1	12	12	15	51	559	18	18	707
2	24	12	29	52	577	18	36	727
3	35	11	43	53	595	18	54	748
4	46	11	56	54	614	19	73	769
5	57	11	69	55	632	18	91	790
6	67	10	81	56	651	19	110	811
7	77	10	92	57	670	19	129	832
8	87	10	104	58	690	20	149	854
9	96	9	115	59	711	21	170	876
10	105	9	126	60	731	20	190	898
11	114	9	137	61	752	21	211	911
12	123	9	148	62	773	21	232	943
13	132	9	158	63	794	21	253	966
14	141	9	168	64	816	22	275	989
15	149	8	178	65	838	22	297	1012
16	157	8	188	66	860	22	319	1035
17	166	9	198	67	883	23	342	1059
18	174	8	208	68	906	23	365	1082
19	182	8	218	69	930	24	389	1106
20	190	8	227	70	954	24	413	1130
21	198	8	237	71	979	25	438	1154
22	206	8	248	72	1004	25	463	1179
23	215	9	259	73	1029	25	488	1203
24	223	8	269	74	1054	25	513	1228
25	231	8	280	75	1080	26	539	1253
26	240	9	291	76	1107	27	566	1278
27	249	9	303	77	1134	27	593	1304
28	258	9	315	78	1162	28	621	1330
29	267	9	328	79	1190	28	649	1356
30	276	9	341	80	1218	28	677	1382
31	286	10	354	81	1247	29	706	1409
32	296	10	368	82	1276	29	735	1436
33	307	11	383	83	1306	30	765	1463
34	317	10	398	84	1337	31	796	1491
35	328	11	414	85	1369	32	828	1519
36	339	11	430	86	1402	33	861	1547
37	350	11	447	87	1435	33	894	1576
38	363	13	464	88	1469	34	928	1605
39	376	13	481	89	1504	35	963	1635
40	390	14	498	90	1540	36	999	1664
41	403	13	516	91	1577	37	1036	1694
42	417	14	533	92	1616	39	1075	1725
43	432	15	551	93	1656	40	1115	1757
44	446	14	570	94	1697	41	1156	1789
45	461	15	588	95	1740	43	1199	1821
46	477	16	607	96	1785	45	1244	1855
47	493	16	626	97	1833	48	1292	1890
48	509	16	646	98	1885	52	1344	1925
49	525	16	666	99	1940	55	1399	1962
50	541	16	686	100	2000	60	1459	2000

Tabelle III.

Zur Reduction des bei einer beliebigen Temperatur mit einem für 12° R. construirten Alkoholometer beobachteten specifischen Gewichtes auf die Temperatur von 12° R.

Die Zahlen dieser Tabelle sind bei Temperaturen über 12° zum specifischen Gewichte der Tabelle I zu addiren, unter 12° zu subtrahiren.

Temperatur R. t	Beobachtete Volum-Procente.																				
	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
-10°	161	172	181	189	194	197	202	206	210	213	215	216	217	218	—
-9	153	164	173	181	185	188	193	197	201	203	205	206	207	208	—
-8	145	156	164	172	176	180	184	188	192	194	196	197	198	199	—
-7	137	148	156	164	168	172	175	179	182	184	186	187	188	189	—
-6	128	139	148	155	159	163	166	170	173	175	177	178	179	180	—
-5	72	100	120	131	140	147	151	154	157	161	163	166	168	169	170	170	—
-4	67	93	111	122	131	138	143	146	149	152	154	157	159	160	161	161	—
-3	62	86	103	114	123	130	135	137	140	143	145	148	150	151	152	152	—
-2	57	79	95	106	114	121	126	128	132	134	136	139	140	141	142	142	—
-1	53	72	87	98	106	113	117	120	123	125	127	129	130	131	132	132	—
0	4	6	14	28	48	66	80	91	98	104	108	111	114	116	118	120	121	121	122	122	—
+1	5	7	14	26	44	60	73	83	90	96	100	103	105	107	109	110	111	111	112	112	—
2	6	8	14	24	39	54	66	76	82	87	91	94	96	98	99	100	101	102	102	102	—
3	6	8	13	22	35	48	59	68	73	78	82	85	87	89	90	90	91	92	92	92	—
4	6	8	12	19	30	42	52	59	64	69	72	75	77	79	80	80	81	82	82	82	—
5	6	8	11	17	26	36	45	51	56	60	63	66	67	69	70	70	71	72	72	72	—
6	6	7	10	15	22	30	38	43	48	51	54	56	57	59	60	60	61	62	62	62	—
7	6	6	9	13	18	24	31	36	40	43	45	47	48	50	50	50	51	51	51	51	—
8	5	5	7	10	14	19	24	28	32	34	36	38	39	40	40	40	41	41	41	41	—
9	4	4	5	7	10	13	17	20	23	25	27	28	29	30	30	30	31	31	31	31	—
10	3	3	3	4	6	8	11	13	15	16	17	18	19	20	20	20	21	21	21	21	—
11	2	2	2	2	3	4	5	6	7	8	9	9	10	10	10	10	10	10	10	10	—
12																					—
13	2	2	2	2	3	4	6	7	8	9	9	9	10	10	10	10	10	10	10	10	10
14	3	3	4	5	7	9	12	14	15	17	18	19	20	20	20	20	21	21	21	21	21
15	5	6	7	8	11	13	18	21	23	26	27	28	29	30	30	30	31	31	31	31	31
16	8	9	10	12	15	18	23	27	30	34	36	38	39	40	40	41	42	42	42	42	42
17	10	11	13	15	19	22	28	33	38	42	45	47	48	50	50	51	52	52	52	52	52
18	13	14	15	18	23	27	33	39	45	50	53	55	57	59	60	61	62	62	63	63	63
19	15	16	18	21	26	31	38	45	53	58	62	64	67	69	70	71	72	73	73	74	74
20	18	19	21	25	30	36	43	51	60	66	70	73	76	79	80	82	83	84	85	85	85
21	21	22	24	28	33	40	48	57	67	74	79	82	85	88	90	92	93	94	95	95	96
22	25	26	28	32	37	44	53	63	74	82	88	92	95	98	100	102	103	104	105	106	106
23	28	29	31	35	41	48	58	68	80	89	97	101	104	108	110	112	113	115	116	116	117
24	32	33	35	39	45	53	62	73	86	96	105	110	114	118	120	122	124	126	127	127	128
25	36	37	39	42	49	57	67	78	92	104	114	119	123	128	130	132	134	136	137	137	138

Tabelle IV.

Verbesserung der Volum-Procente, welche mit einem für die Normal-Temperatur von 12° R. construirten Alkoholometer bei anderen Temperaturen beobachtet sind.

Die Zahlen der Tabelle sind bei Temperaturen unter 12° R. zu den Angaben des Instrumentes zu addiren, über 12° von denselben zu subtrahiren.

Temperatur R.	Beobachtete Volum-Procente											
	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80	90	95
-10°	12,4	11,3	10,4	10,2	10,0	9,7	8,7	—
- 9	11,8	10,8	10,0	9,8	9,6	9,2	8,3	—
- 8	11,2	10,3	9,6	9,4	9,2	8,8	7,9	—
- 7	10,7	9,8	9,2	8,9	8,7	8,4	7,6	—
- 6	10,1	9,3	8,7	8,5	8,3	8,0	7,2	—
- 5	7,3	9,0	9,5	8,8	8,3	8,0	7,8	7,6	6,8	—
- 4	6,8	8,5	8,9	8,3	7,9	7,6	7,4	7,2	6,5	—
- 3	6,3	7,9	8,3	7,8	7,4	7,1	7,0	6,7	6,1	—
- 2	5,8	7,3	7,8	7,3	6,9	6,7	6,5	6,3	5,7	—
- 1	5,4	6,8	7,2	6,8	6,5	6,2	6,1	5,9	5,3	4,8
0	1,2	2,8	4,9	6,2	6,7	6,3	6,0	5,8	5,7	5,4	4,9	4,5
+ 1	1,2	2,5	4,5	5,7	6,1	5,8	5,5	5,3	5,2	5,0	4,5	4,2
2	1,1	2,3	4,0	5,1	5,5	5,2	5,0	4,9	4,8	4,6	4,1	3,8
3	1,1	2,1	3,5	4,6	4,9	4,7	4,5	4,4	4,3	4,1	3,7	3,4
4	1,0	1,8	3,1	4,0	4,3	4,2	4,0	4,0	3,9	3,6	3,3	3,0
5	0,9	1,6	2,6	3,5	3,8	3,7	3,5	3,5	3,4	3,2	2,9	2,6
6	0,8	1,4	2,2	3,0	3,2	3,2	3,0	3,0	2,9	2,8	2,5	2,3
7	0,7	1,1	1,8	2,4	2,6	2,6	2,5	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9
8	0,6	0,9	1,4	1,9	2,1	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,7	1,5
9	0,5	0,7	1,1	1,4	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,2
10	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0	1,1	1,0	1,0	1,0	0,9	0,8	0,8
11	0,2	0,2	0,3	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4
12												
13	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4
14	0,5	0,6	0,8	0,9	1,1	1,0	1,0	1,0	1,0	0,9	0,8	0,8
15	0,7	0,9	1,2	1,4	1,6	1,6	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,2
16	1,0	1,2	1,5	1,8	2,2	2,1	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6
17	1,2	1,5	1,9	2,3	2,7	2,6	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1
18	1,4	1,8	2,3	2,8	3,2	3,1	3,1	3,0	2,9	2,8	2,6	2,5
19	1,6	2,1	2,7	3,2	3,7	3,7	3,6	3,5	3,4	3,3	3,1	2,9
20	1,8	2,4	3,0	3,7	4,1	4,2	4,1	4,0	3,9	3,7	3,5	3,3
21	2,1	2,7	3,4	4,1	4,6	4,7	4,6	4,5	4,3	4,2	4,0	3,7
22	2,4	3,0	3,8	4,5	5,0	5,3	5,2	5,0	4,8	4,7	4,4	4,1
23	2,7	3,4	4,1	5,0	5,5	5,8	5,7	5,5	5,3	5,1	4,8	4,5
24	3,0	3,7	4,5	5,4	6,0	6,4	6,2	6,0	5,8	5,6	5,3	5,0
25	3,3	4,0	4,8	5,8	6,4	6,9	6,7	6,5	6,3	6,1	5,8	5,4

Tabelle V.

Verbesserung der bei verschiedenen Temperaturen beobachteten Angaben eines 40theiligen Alkoholometers, wenn diesem die Normal-Temperatur von 12° R. zu Grunde liegt.

Die Verbesserung, in Maass und Zehntel-Maass angesetzt, ist bei Temperaturen unter 12° R. zur beobachteten Angabe des Instrumentes zu addiren, über 12° zu subtrahiren.

Temperatur R.	Beobachteter Gehalt in Maass oder Grad											
	4	6	8	10	12	16	20	24	28	32	36	38
-10°	5,0	4,5	4,2	4,1	4,0	3,9	3,5	...
-9	4,7	4,3	4,0	3,9	3,8	3,7	3,3	...
-8	4,5	4,1	3,8	3,8	3,7	3,5	3,2	...
-7	4,3	3,9	3,7	3,6	3,5	3,4	3,0	...
-6	4,0	3,7	3,5	3,4	3,3	3,2	2,9	...
-5	2,9	3,6	3,8	3,5	3,3	3,2	3,1	3,0	2,7	...
-4	2,7	3,4	3,6	3,3	3,2	3,0	3,0	2,9	2,6	...
-3	2,5	3,2	3,3	3,1	3,0	2,8	2,8	2,7	2,4	...
-2	2,3	2,9	3,1	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,3	...
-1	2,1	2,7	2,9	2,7	2,6	2,5	2,4	2,4	2,1	1,9
0	0,5	1,1	2,0	2,5	2,7	2,5	2,4	2,3	2,3	2,2	2,0	1,8
+1	0,5	1,0	1,8	2,3	2,4	2,3	2,2	2,1	2,1	2,0	1,8	1,7
2	0,4	0,9	1,6	2,0	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,6	1,5
3	0,4	0,8	1,4	1,8	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4
4	0,4	0,7	1,2	1,6	1,7	1,7	1,6	1,6	1,6	1,4	1,3	1,2
5	0,4	0,6	1,0	1,4	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,3	1,2	1,0
6	0,3	0,5	0,9	1,2	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2	1,1	1,0	0,9
7	0,3	0,4	0,7	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,9	0,8	0,8
8	0,2	0,4	0,6	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6
9	0,2	0,3	0,4	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5
10	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3
11	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
12												
13	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
14	0,2	0,2	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3
15	0,3	0,4	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5
16	0,4	0,5	0,6	0,7	0,9	0,8	0,8	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6
17	0,5	0,6	0,8	0,9	1,1	1,0	1,0	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8
18	0,6	0,7	0,9	1,1	1,3	1,2	1,2	1,2	1,2	1,1	1,0	1,0
19	0,6	0,8	1,1	1,3	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,3	1,2	1,2
20	0,7	1,0	1,2	1,5	1,6	1,7	1,6	1,6	1,6	1,5	1,4	1,3
21	0,8	1,1	1,4	1,6	1,8	1,9	1,8	1,8	1,7	1,7	1,6	1,5
22	1,0	1,2	1,5	1,8	2,0	2,1	2,1	2,0	1,9	1,9	1,8	1,6
23	1,1	1,4	1,6	2,0	2,2	2,3	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8
24	1,2	1,5	1,8	2,2	2,4	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0
25	1,3	1,6	1,9	2,3	2,6	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2

Tabelle VI.

Enthält die Reduction des specifischen Gewichtes der I. Tabelle auf andere Temperaturen.

Bei Temperaturen unter 12° R. zum specifischen Gewichte der I. Tabelle zu addiren, über 12° davon zu subtrahiren.

Procente v bei 12° R.	Temperatur R.											
	0°	2°	4°	6°	8°	10°	14°	16°	18°	20°	22°	24°
0	8	9	9	8	6	4	4	9	15	21	28	36
5	9	10	10	8	6	4	4	10	16	22	29	37
10	15	15	13	11	8	4	5	12	18	25	33	41
15	24	22	19	15	11	5	6	14	22	30	39	49
20	37	32	27	21	14	7	8	17	28	37	47	58
25	51	44	36	28	19	9	10	21	32	44	56	69
30	66	57	46	35	23	12	13	25	38	53	67	81
35	80	68	55	42	28	14	15	30	45	61	77	93
40	93	79	63	47	32	16	16	33	50	67	85	102
45	101	85	68	52	35	17	18	36	54	72	91	111
50	107	90	72	54	36	18	19	38	57	76	95	115
55	112	94	76	57	38	19	20	39	58	78	98	118
60	115	97	77	58	39	19	20	40	60	81	101	122
65	117	98	79	59	40	20	21	41	62	83	103	124
70	120	101	81	61	41	20	21	41	62	84	105	126
75	122	102	82	61	41	21	21	42	63	85	106	128
80	124	103	83	62	42	21	21	42	64	86	108	130
85	125	104	84	62	42	21	22	43	65	86	108	131
90	126	105	85	63	42	21	22	43	65	87	109	131
95	126	105	85	63	42	21	22	43	65	87	109	132
100	126	105	85	63	42	21	22	43	65	87	109	132

Tabelle VII.

Gibt aus dem bekannten Volumen-Gehalte eines Weingeistes die Menge Normal-Alkohol in einem Wiener Eimer (zu 40 Maass), ausgedrückt in Wiener Maass, in Wiener Pfund und in Zoll-Pfund.

Volum- Procente	Ein Wiener Eimer enthält an Normal-Alkohol			Volum- Procente	Ein Wiener Eimer enthält an Normal-Alkohol		
	Wiener Maass	Wiener Pfund	Zoll-Pfund		Wiener Maass	Wiener Pfund	Zoll-Pfund
0	0	0	0	10	4,0	8,02	8,98
1	0,4	0,80	0,90	11	4,4	8,82	9,88
2	0,8	1,60	1,80	12	4,8	9,62	10,78
3	1,2	2,41	2,70	13	5,2	10,43	11,68
4	1,6	3,21	3,59	14	5,6	11,23	12,58
5	2,0	4,01	4,49	15	6,0	12,03	13,47
6	2,4	4,81	5,39	16	6,4	12,83	14,37
7	2,8	5,61	6,29	17	6,8	13,63	15,27
8	3,2	6,42	7,19	18	7,2	14,44	16,17
9	3,6	7,22	8,08	19	7,6	15,24	17,07

Volum- Procente	Ein Wiener Eimer enthält an Normal-Alkohol			Volum- Procente	Ein Wiener Eimer enthält an Normal-Alkohol		
	Wiener Maass	Wiener Pfund	Zoll-Pfund		Wiener Maass	Wiener Pfund	Zoll-Pfund
20	8,0	16,04	17,97	60	24,0	48,12	53,90
21	8,4	16,84	18,86	61	24,4	48,92	54,79
22	8,8	17,64	19,76	62	24,8	49,72	55,69
23	9,2	18,45	20,66	63	25,2	50,53	56,59
24	9,6	19,25	21,56	64	25,6	51,33	57,49
25	10,0	20,05	22,46	65	26,0	52,13	58,39
26	10,4	20,85	23,36	66	26,4	52,93	59,29
27	10,8	21,65	24,25	67	26,8	53,73	60,18
28	11,2	22,46	25,15	68	27,2	54,54	61,08
29	11,6	23,26	26,05	69	27,6	55,34	61,98
30	12,0	24,06	26,95	70	28,0	56,14	62,88
31	12,4	24,86	27,85	71	28,4	56,94	63,78
32	12,8	25,66	28,75	72	28,8	57,74	64,67
33	13,2	26,47	29,64	73	29,2	58,55	65,57
34	13,6	27,27	30,54	74	29,6	59,35	66,47
35	14,0	28,07	31,44	75	30,0	60,15	67,37
36	14,4	28,87	32,34	76	30,4	60,95	68,27
37	14,8	29,67	33,24	77	30,8	61,75	69,17
38	15,2	30,48	34,13	78	31,2	62,56	70,06
39	15,6	31,28	35,03	79	31,6	63,36	70,96
40	16,0	32,08	35,93	80	32,0	64,16	71,86
41	16,4	32,88	36,83	81	32,4	64,96	72,76
42	16,8	33,68	37,73	82	32,8	65,76	73,66
43	17,2	34,49	38,63	83	33,2	66,57	74,56
44	17,6	35,29	39,52	84	33,6	67,37	75,45
45	18,0	36,09	40,42	85	34,0	68,17	76,35
46	18,4	36,89	41,32	86	34,4	68,97	77,25
47	18,8	37,69	42,22	87	34,8	69,77	78,15
48	19,2	38,50	43,12	88	35,2	70,58	79,05
49	19,6	39,30	44,02	89	35,6	71,38	79,95
50	20,0	40,10	44,91	90	36,0	72,18	80,84
51	20,4	40,90	45,81	91	36,4	72,98	81,74
52	20,8	41,70	46,71	92	36,8	73,78	82,64
53	21,2	42,51	47,61	93	37,2	74,59	83,54
54	21,6	43,31	48,51	94	37,6	75,39	84,44
55	22,0	44,11	49,40	95	38,0	76,19	85,34
56	22,4	44,91	50,30	96	38,4	76,99	86,23
57	22,8	45,71	51,20	97	38,8	77,79	87,13
58	23,2	46,52	52,10	98	39,2	78,60	88,03
59	23,6	47,32	53,00	99	39,6	79,40	88,93
60	24,0	48,12	53,90	100	40,0	80,20	89,83